3

THEODOSII SPHÆRICA:

Methodo Nova Illuſtrata, & Succinctè

DEMONSTRATA.

Per ISAACUM BARROW,

Ex-profeſſorem Lucaſianum *Cantab.* & Soc. Regiæ Soc.

LONDINI,

Excudebat *Guil. Godbid,* vœneunt apud *Robertum Scott*, in vico Little-Britain. 1675.

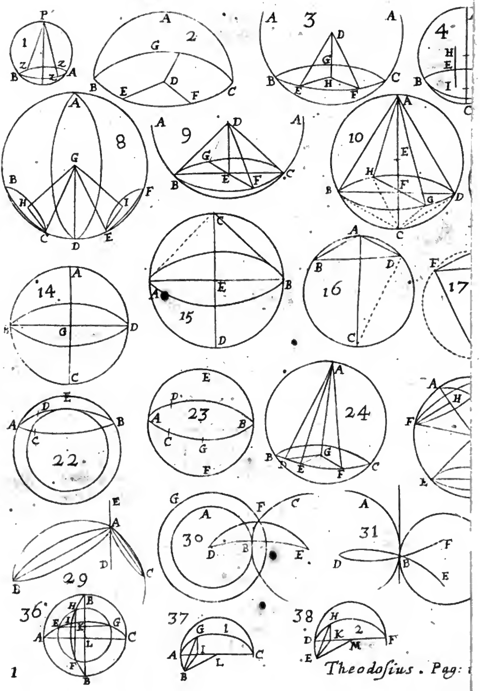
Digitized by Google

Digitized by Google

De THEODOSIO, *ex* VOSSIO *de Scientiis Mathematicis.*

In temporibus Ciceronis ac Pompeii claruit Theodoſius Tripolites qui partem Geometriæ de figura Sphærica libris tribus utiliſſimis egregiè excoluit.

E*Os Gracè edidit Latinèque vertit ac* Lutetiæ Wechelii *typis mandavit* Joannes Pena *Mathematicus Regius. Compluria ex eo* Ptolomæus *hauſit &* Ptolemæo *recentiores*, Pappus, Proclus, Theon, *multa item; ſed, diſſimulato* Theodoſii *nomine; exſcripſit* Vitellio, *ob quæ tamen maximè fuit admirationi.* Arabes *etiam in Linguam ſuam tranſtulerunt. Ex Arabico verò Latinè verſus fuit à* Platone Tiburtino, *ut auctor eſt, qui de Speculis uſtoriis ſcripſit. Eaqne interpretatio* Venetiis *excuſa, ante annos jam* 155 *eo nempe à quo & Almanſoris Judicia ex Arabico Latine verſa ſunt. Sed immane quantum intereſt inter genuinum* Theodoſium *& Arabicè loquentem, uſque adeò ut ob tam multa addita alius videri poſſit, quæ res compulit* Joannem Penam *regium apud Pariſienſes Mathematicum, ut, non contentus Gracè edere, quod per ſe magnam laudem merebatur, ex Graco etiam optima fide faceret Latinum Pariſiis editus* 1558, *& poſt eum* Chriſtophorus Clavius, Herigonius, *& nuperrime* Guarini *in* Euclide *adaucto, &* Claudius Millet *de Chales in curſu Mathematico hoc opus illuſtrarunt. Quanquam autem*



1

Theodoſius . Pag:

Digitized by Google

THEODOSII SPHÆRICORUM LIBER PRIMUS.

DEFINITIONES.

I.

SPHÆRA eſt figura ſolida comprehenſa una ſuperficie, ad quam ab uno eorum punctorum, quæ intra figuram ſunt, omnes rectæ lineæ ductæ ſunt inter ſe æquales.

Aliter in Elemento 11° definitur, à Semicirculi circumductu.

II

Centrum autem Sphæræ eſt ejuſmodi punctum.

III.

Axis verò Sphæræ eſt recta quædam linea per centrum ducta, & utrinque terminata in Sphæræ ſuperficie, circa quam quieſcentem circumvolvitur Sphæra.

IV.

Poli Sphæræ ſunt extrema puncta ipſius axis.

V.

Polus Circuli in Sphæra, eſt punctum in ſuperficie Sphæræ, à quo omnes rectæ lineæ ad circuli circumferentiam tendentes ſunt inter ſe æquales.

Ut ſi omnes rectæ P Z à puncto P ad circumferentiam circuli B Z A ductæ ſint æquales, erit P polus circuli B Z A: & inversè ſi P ſit polus, erunt omnes P Z æquales inter ſe. Fig. 1.

VI.

In Sphæra æqualiter diſtare à centro ſphæræ circuli dicuntur, cùm perpendiculares quæ à centro ſphæræ in ipſorum plano ducuntur, ſunt æquales. Longiùs autem abeſſe ille dicitur, in cujus planum major perpendicularis cadit.

Digitized by Google

Prop. I. Theor.

Fig. 2. Si ſphærica ſuperficies (B A C) ſecetur aliquo plano (B C); linea (B G C F E), quæ fit in ſphæræ ſuperficie, eſt circumferentia circuli.

a 1. *def. hujus.* Nam primò tranſeat planum per ſphæræ centrum D: [a] liquet igi-
b *hyp.* tur rectas quaſcunque (D E, D F &c.) à D ad lineam B G C F E,
c 15. *def.* 1. [b] hoc eſt è centro ſphæræ ad ejus ſuperficiem, eductas inter ſe æquari;
Fig. 3. [c] & proinde lineam B G C F E eſſe circuli circumferentiam.
d 11. 11. Sin planum non tranſeat per centrum ſphæræ, ab eo (D) [d] ducatur
e 3. *def.* 11. D H plano B C perpendicularis; & ab H ad lineam B G C F E du-
f 47. 1. cantur utcunque rectæ H E, H F, & connectantur D E, D F. Eritque
g 1. *def. huj.* (ob[e] ang. D H E, D H F rectos) $DHq + HEq$ [f] $= (DEq$ [g] $= DFq$
h 1 *ax.* 1. & 3. *ax.* 1. $=)\ DHq + HFq$. [h] quare $HE = HF$. Eodem modo rectæ om-
k 15 *def.* 1. nes ab H ad lineam B G C F E eductæ æquantur: [k] ergo linea B G C F E eſt circumferentia circuli. *Q. E. D.*

Coroll. Idem eſt ſphæræ centrum & circuli, qui fit plano per ſphæræ centrum trajecto.

Centrum circuli, qui fit plano non per centrum ſphæræ trajecto, eſt in perpendiculari à centro ſphæræ in planum demiſsâ.

Prop. II. Probl.

Fig. 4. Datæ ſphæræ (B A D C) centrum reperire.

a 1 *hujus.* Data ſphæra ſecetur utcunque plano [a] facienti circulum B E D,
b 1. 3. [b] cujus centrum F; ab F [c] erigatur F A recta plano B D E, quæ ſphæ-
c 12. 11. ræ occurrat punctis A, C; biſecetur A C in G: erit G centrum
d 11. 11. ſphæræ. Si negas, eſto H centrum ſphæræ, [d] à quo ducatur H I re-
e 6. 11. cta plano B D E: [e] eſtque H I ipſi G F parallela; & punctum I eſt
f *cor.* 1 *huj.* centrum circuli B E D, ſed F ponebatur centrum: quæ repugnant.

Coroll. Si in ſphæra ſit circulus non per centrum ſphæræ tranſiens, ſphæræ centrum erit in rectâ è centro circuli ad ipſius planum perpendiculari.

Prop. III. Theor.

Fig. 5. Sphæra (A D B) planum (E F), à quo non ſecatur, non tangit in pluribus punctis uno.

Tangat, ſi fieri poteſt, punctis A, B; & à ſphæræ centro C conjun-
a 1 *hujus.* gantur C A, C B; planum per C A, C B [a] facit in ſphæra circulum A D B,

Digitized by Google

A D B, in plano tangenti [b] rectam E A B F: [c] hæc circulum A D B ſecat, & proinde ſphæram: ergo planum ſecat ſphæram, non tangit, contra hypotheſin. b 3. 11. c 2. 3.

Cor. Recta, quæ duo puncta in ſphæræ ſuperficie ſignata connectit, intra ſphæram cadit.

Prop. IV. Theor.

Si ſphæra (A C D E) tangat planum (A H K I L), quod eam non ſecet, recta linea (B A) ducta à ſphæræ centro (B) ad contactum (A), perpendicularis erit ad planum (A H K I L). Fig. 6.

Nam per B A ducantur utcunque duo plana, quæ faciant in ſphæra circulos A C D E, A F D G, in plano tangenti rectas H A I, K A L. Et quia ſphæræ centrum B [a] eſt quoque centrum circulorum A C D E, A F D G, & rectæ H I, K L tangunt hos circulos ([b] quippe non ſecant), [c] erit B A utrique H I, K L perpendicularis; ergo & plano per H I, K L ducto recta erit. *Q. E. D.* a cor. 1. huj. b hyp. c 18. 3. d 4. 11.

Prop. V. Theor.

Si ſphæra (A B C D) tangat planum (E F), quod ipſam non ſecet, à contactu autem (C) excitetur recta linea (C A) ad angulos rectos ipſi plano (E F), in lineâ excitatâ (C A) erit ſphæræ centrum. Fig. 7.

Si negas punctum G extra C A ſit centrum, jungatur C G: [a] ergo C G plano E F recta eſt. [b] ergo C A eidem plano E F recta non eſt, contra hypotheſin. a 4. hujus. b 13. 11.

Prop. VI. Theor.

Circulorum (A D, B C, E F), qui in ſphæra ſunt, maximi ſunt, qui per ſphæræ centrum (G) ducuntur (A D); aliorum verò (B C, E F) illi inter ſe æquales ſunt, qui æqualiter à centro (G) diſtant; qui verò longiùs à centro diſtant, minores ſunt: & circuli in ſphæra maximi per ſphæræ centrum tranſeunt; aliorum autem æquales à centro æqualiter diſtant, minores verò longiùs à centro diſtant. Fig. 8.

Ducantur G H recta circulo B C, & G I recta circulo E F; & connectantur G D, G C, G E.

1. G C recto angulo GHC oppoſita [a] major eſt quàm C H; hoc eſt radius circuli A D major eſt radio circuli B C: ergo circulus A D major eſt circulo B C. a 47. 1.

2 & 3. $GHq + HCq$ [a] $= (GCq = GEq)$ [a] $= GIq + IEq$. ergo ſi $GH = GI$, erit $HC = IE$; & proinde circulus BC æqualis circulo EF: ſin $GH \sqsubset GI$, erit $HC \sqsupset IE$, & propterea circulus BC minor circulo EF.

4. Si circulus maximus AD per centrum non tranſeat, alius tranſeat, is ergo (ut modò oſtenſum eſt) circulo AD major erit, contra hyyothesin.

5. & 6. Ob $GHq + HCq = GIq + IEq$; ſi $HC = IE$, erit $GH = GI$: ſin $HC \sqsupset IE$, erit $GH \sqsubset GI$.

Prop. VII. Theor.

Fig. 9. Si in ſphæra (BAC) ſit circulus (BFCG), à ſphæræ autem centro (D) ad circuli centrum (E) connectatur recta linea (DE), connexa linea (DE) ad planum circuli (BFCG) recta erit.

Ducantur BC, GF diametri circuli BFCG, utcunque & connectantur DB, DC, DF, DG. Quoniam trigona DEB, DEC ſibi mutuò æquilatera ſunt (quippe $DB = DC$, $EB = EC$, & DE commune eſt) [a] erunt anguli DEB, DEC pares, & proinde recti.
a 8. 1. Simili diſcurſu anguli DEF, DEG recti erunt. [b] ergo DE recta eſt
b 4. 11. plano BFCG. *Q. E. D.*

Prop. VIII. Theor.

Fig. 10. Si in ſphæra (BADC) ſit circulus (BGDH), & à ſphæræ centro (E) ad circulum (BGDH) ducatur perpendicularis (EF), quæ ad utramque partem producatur, cadet ea in ipſius circuli polos (A, C).

Ducantur utcunque diametri BD, GH, & connectantur AB, AD,
a 3. def. 11. AH, AG. Quoniam radii FB, FD, FG, FH pares ſunt, [a] & an-
b 4. 1. guli AFB, AFD, AFG, AFH recti, [b] erunt ſubtenſæ AB, AD,
c 5. def. huj. AG, AH æquales. [c] ergo A eſt polus circuli BGDH. Similique argumento C oſtendetur ejuſdem polus. *Q. E. D.*

Prop. IX. Theor.

Fig. 10. Si ſit in ſphæra (BADC) circulus (BGDH) & ab altero (A) polorum ejus in ipſum ducatur perpendicularis recta linea (AFC), cadet hæc in circuli centrum (F), & inde producta cadet in reliquum polum ipſius circuli.

Nam

Digitized by Google

Nam per F ducantur rectæ B D, G H utcunque, & connectantur A B, A D, A G, A H. Et quoniam rectæ A B, A D, A G, A H [a] pares ſunt, & anguli A F B, A F D, A F G, A F H [b] recti, [c] erunt rectæ F B, F D, F G, F H æquales. [d] ergo F eſt centrum circuli BGDH. [e] Item quia centrum ſphæræ eſt in recta A F C, erit C ejuſdem circuli alter polus. *Q. E. D.*

a 5. *def. huj.*
b 3. *def.* 11
c 47. 1.
d 9. 3.
e 6. *hujus.*

Prop. X. Theor.

Si ſit in ſphæra circulus (B G D H); linea recta (A C) per ejus polos (A, C) ducta, ad circulum (B G D H) recta eſt, tranſitque per centrum circuli (F), & ſphæræ (E). Fig. 11.

Fiat, ut in præcedenti, & connectantur rectæ C B, C D, C G, C H. Et quoniam trigona C A B, C A D, C A G, C A H ſibi mutuò [a] æquilatera ſunt, [b] erunt anguli C A B, C A D, C A G, C A H pares. [c] Ergo cùm rectæ F B, F D, F G, F H, tum anguli A F B, A F D, A F G, A F H æquantur. [d] quare A F recta eſt circulo B G D H, [e] & F eſt centrum ejus, & [f] proinde etiam centrum ſphæræ eſt in A F. Quæ *E. D.*

a 5. *def huj.*
b 8. 1.
c 4. 1.
d 4. 11.
e 9. *hujus:*
f *cor.* 2. *huj.*

Schol. 1. Theor.

Si in ſphæra ſit circulus (B G D H), & ab altero (A) polorum ejus per ſphæræ centrum (E) ducatur recta (A E F C) erit hæc ad circuli planum perpendicularis, & producta cadet in centrum ipſius, & in reliquum polum. Fig. 11.

Fiat, ut priùs, & connectantur E B, E D, E G, E H: & quia trigona A E B, A E D, A E G, A E H ſibi mutuò æquilatera ſunt, [a] erunt anguli E A B, E A D, E A G, E A H pares; [b] ergo cùm rectæ F B, F D, F G, F H, tum anguli A F B, A F D, A F G, A F H æquantur; [c] quare A F recta eſt circulo B G D H, [d] & F eſt centrum ejuſdem, & C alter polus. *Q. E. D.*

a 8. 1.
b 4. 1.
c 4. 11.
d 9. *hujus.*

Schol. 2. Theor.

Si in ſphæra ſit circulus (B G D H), & à centro ſphæræ (E) per centrum circuli (F) ducatur recta linea (A E F C), cadet hæc in utrumque polum circuli (B G D H).

Nam recta E F [a] perpendicularis eſt plano circuli B G D H. [b] ergo utrinque protracta cadet in polos circuli. *Q. E. D.*

a *hyp* & 7. *h.*
b 8. *huj.*

Digitized by Google

Corollarium ex his.

Quatuor puncta; centrum circuli, poli ejuſdem, & centrum ſphæræ in una recta exiſtunt, in diametro ſcilicet ſphæræ ad circuli planum rectâ.

Prop. X I. Theor.

Fig. 12. In ſphæra (A B C D) maximi circuli (A C, B D) ſe mutuò ſecant bifariam.

a 6. *hujus.* b 3. 11. Commune enim centrum circulorum ([a] hoc eſt ſphæræ centrum) eſto G; erit hoc in communi ſectione [b] rectâ E F: ergo recta E F eſt diameter, utrumque circulum biſecans. *Q. E. D.*

Coroll. Interſectio duorum circulorum in ſphæra maximorum eſt diameter ſphæræ.

Prop. X I I. Theor.

In ſphæra (A B C D) circuli (A C, B D), qui ſe mutuò biſecant, ſunt maximi

Communis circulorum ſectio E F biſecetur in G; erit G centrum commune circulorum (quoniam E F diameter), quin & ſphæræ: nam ex G erigatur GH perpendicularis circulo AC, & G B recta circulo BD; [a] eritque centrum ſphæræ in utraq; GH, GI; ergo in communi puncto G. ergo cùm circuli A C, B D per centrum ſphæræ tranſeant, [b] erunt maximi circuli. *Q. E. D.*

a cor. 1. huj. b 6. huj.

Prop. X I I I. Theor.

Fig. 13. Si in ſphæra maximus circulus (A B C D) circulum quempiam (B E D) ad rectos angulos ſecet, & bifariam ſecat eum, & per polos (A, C).

Ab F centro ſphæræ (ſeu circuli maximi A B C D) ducatur F G recta circulo B E D, [a] quæ communi circulorum ſectioni B D occurret in G. [b] eritque G centrum circuli B E D; ergo B D eſt diameter circuli B E D, ipſum biſecans; [c] & ipſius poli ſunt in F G protracta; ergo in circulo A B C D. *Q. E. D.*

a 38. 11. b cor. 1. huj. c 8. hujus.

Valet hæc Propoſitio, nec non 8, 9, 10 cum ipſarum Scholiis, etiam quando circulus B D maximus eſt, & tranſit per centrum ſphæræ.

Coroll. Hinc, ſi circulus maximus alterum non biſecet, neque per ejus polos tranſeat, is huic obliquus eſt.

Prop.

Prop. XIV. Theor.

Si in ſphæra maximus circulus (A B C D) circulum non maximum (B E D) biſecat, ad angulos rectos eum ſecat, & per polos.

Biſecetur ſectio B D in G, & à ſphæræ centro F connectatur F G. Et quia B D [a] eſt diameter circuli B E D, erit G ejus centrum. [b] ergo F G recta eſt circulo B E D, & producta [c] cadet in ejuſdem polos; proinde poli ejus ſunt in circulo A B C D. Quæ *E. D.* a *hyp.* b 7 *hujus.* c 8 *hujus.*

Prop. XV. Theor.

Si in ſphæra maximus circulus (A B C D) eorum, qui in ſphæra ſunt, circulorum aliquem (B E D) ſecet per polos (A, C); ſecabit eum bifariam, & ad angulos rectos. Fig. 13.

Nam ducta recta A C [a] recta eſt circulo B E D, & per centra circulorum F, G tranſit. quare 1°, circulus A B C D [b] rectus eſt circulo B E D; & 2°, communis circulorum ſectio B D eſt diameter circuli B E D, ipſúmque biſecat. Quæ *E. D.* a 10 *huj.* b 18. 11.

Schol. 1. Theor.

Si in ſphæra maximus circulus (A B C D) tranſeat per polos (A, C) alterius cujuſpiam maximi circuli (B D); tranſibit viciſſim hic (B D) per illius (A C) polos (B, D). Fig. 14.

Nam circulus A B C D circulum B D [a] perpendiculariter ſecat; ergo viciſſim circulus B D circulum A B C D ſecat perpendiculariter, [b] adeóque per polos ipſius. *Q. E. D.* a 15 *hujus.* b 13 *hujus.*

Schol. 2. Theor.

Si in ſphæra circulus (A B C D) circulum (B D) per polos (A, C) ſecet, circulus (A B C D) maximus eſt, & bifariam eum ſecat, & ad angulos rectos.

Nam recta A C [a] tranſit per centrum ſphæræ; [b] ergo circulus A B C D eſt maximus; [c] biſecátque circulum B D, eidémque rectus eſt. Quæ *E. D.* a 10 *hujus.* b 6 *hujus.* c 15 *hujus.*

Schol.

Digitized by Google

Schol. 3. Theor.

Vide fig. Prop. præc. Si in ſphæra circulus (A B C D) circulum (B D) biſariam, & ad rectos ſecet angulos, circulus (A B C D) maximus eſt, eúmque ſecat per polos.

Nam biſectâ communi circulorum ſectione B D in G; erit G centrum circuli B D: in plano circuli A B C D ducatur G A ad B D perpendicularis; [a] erit G A plano B D recta; [b] ergo G A tranſit per polos circuli B D. [c] ergo circulus A B C D per ipſius B D polos tranſit, maximúſque proinde exiſtit. Quæ E. D.

a 4. def. 11.
b Sch. 2. 10 h.
c Sch. 2. 15 h.

Schol. 4. Theor.

Si in ſphæra ſit circulus (B D), & à polorum ejus altero (A) cadens recta (A G), ipſius plano perpendicularis, æquetur ejus ſemidiametro, circulus (B D) maximus eſt.

Nam G [a] eſt centrum circuli B D, & centrum ſphæræ eſt in rectâ A G, & alter polus C in eâdem protractâ: ergo circulus per A C eſt maximus. Eſto is A B C D ſecans circulum B D punctis B, D: & connectatur G D. Cùm igitur angulus A G D [b] rectus ſit (quoniam A G plano B D ponitur recta) erit A G. G D :: G D. G C. atqui G D = A G. ergo G C = (G D =) A G. ergo cùm centrum ſphæræ ſit in A G, erit G centrum ſphæræ. [c] ergo circulus D B eſt maximus. *Q. E. D.*

a 9 hujus.
b 3 def. 11.
c 6 hujus.

Prop. XVI. Theor.

Fig. 15. Si ſit in ſphæra maximus circulus (A B), recta linea (C B), ducta ab ejuſdem circuli polo (C) ad circumferentiam, æqualis eſt lateri quadrati inſcripti maximo circulo.

Nam demiſsâ C E rectâ circulo A B, [a] erit E centrum circuli A B, ipſiúſque ſphæræ; ([b]quare circulus A C B D eſt maximus), & anguli ad centrum E recti; ideóque ſinguli arcus C A, C B, A D, B D ſunt quadrantes: quare ſubtenſa C B eſt latus quadrati maximo circulo A C B D inſcripti. *Q. E. D.*

a 9 hujus.
b 6 hujus.

Schol.

Si in ſphæra ſit circulus (A B), & ab ejus polo (C) ad circumferentiam ducta recta (C B) æquetur lateri quadrati in eo deſcripti, circulus ipſe (A B) maximus eſt.

Du-

Digitized by Google

Ducatur C E recta circulo A B; [a]ergo E eſt centrum circuli AB; & C E [b] perpendicularis eſt radio EB. ergo C Eq + B Eq [c] = C Bq = 2 B Eq. quare C E = B E. [d] ergo circulus A B eſt maximus.

a 9 hujus. *b 3 def. 11.* *c 47. 1.* *d ſch. 4. 15. h.*

Prop. XVII. Theor.

Si in ſphæra ſit circulus (A B), à cujus polo (C) in ipſius circumferentiam ducta recta linea (C B) æquetur lateri quadrati inſcripti maximo circulo (C A B D), ipſe circulus (A B) maximus erit.

Circulus enim C A D B, tranſiens per E centrum ſphæræ, & rectam C B, eſt maximus; cujus arcus C B eſt quadrans; eique par C A etiam quadrans (ob rectam C A = C B); proinde ſectio A B erit diameter circuli C A D B. eademque A B diameter eſt circuli A B ([a]hunc enim biſecat;) ergo circulus A B eſt maximus. *Q.E.D.* *a 15 hujus.*

Prop. XVIII. Probl.

Lineam rectam deſcribere æqualem diametro (A C) circuli cujuſlibet (A B C D) in ſphæra dati. Fig. 16. 17.

In peripheria circuli A B C D ſume tria quælibet puncta A, B, D, junctiſque rectis AB, A D, B D, [a] fac triangulum E F G triangulo A B D æquilaterum; & duc F H ad E F, & GH ad E G perpendiculares, concurrentes in H; & connectatur E H. Erit E H = A C. Ducatur C D: atque ob ang. E F H + ang E G H [b] = 2 rect. [c] erit ang F E G + ang F H G = 2 rect. [d] ergo quadrilaterum E F H G circulo inſcribi poteſt; quare ang E H G [c] = (ang E F G [d] = ang A B D [e] =) ang A C D. item ang H G E [b] = (rect [c] =) ang CDA; & [b] latus E G = A D; [f] ergo E H = A C. *Q. E. F.*

a 22. 1. *b conſt.* *c cor. 32. 1.* *d cor. 22. 3.* *c 27. 3.* *d 8. 1.* *e 3. 1.* *f 26. 1.*

Scholium. Theor.

Fig. 18.

Linea recta (A E) à polo (A) cujuſvis circuli (B C), in ſphæra, ad ſphæræ ſuperficiem ducta, quæ ſit æqualis lineæ rectæ (A B) ab eodem polo ad ſuperficiem circuli (B C) ductæ, in circuli (B C) circumferentiam cadet.

Not. hoc ſcholium prop. 19. ſubnectendum eſt.

Si negas; per A E ducatur circulus maximus A B E C, occurrens circulo B C punctis B, C; ergo ducta A B[a] = (A D[b] =) A E; [c] proinde arc. A B = arc. A E, contra 9. ax. 1.

a 5 def. huj. *b hyp.* *c 28. 3.*

Digitized by Google

Prop. XIX. Probl.

Fig. 19. 20. Deſcribere lineam rectam (E H) æqualem diametro (A C) datæ ſphæræ.

In ſuperficie datæ ſphæræ ſume duo puncta A, B pro libitu tuo. Polo A intervallo A B deſcribatur circulus B Z D, cujus diametro B D [a] fac æqualem F G; & ſuper F G fac triangulum F E G triangulo B A D æquilaterum; ipſiſque E F, E G duc perpendiculares F H, G H convenientes in H: erit ducta E H æqualis diametro ſphæræ.

a 18. *hujus.*

Nam per A B, A C deſcribatur maximus circulus ſecans circulum B Z D in B, D; eritque ut in præcedenti E H = A C.

Prop. XX. Probl.

Fig. 21. Per duo data puncta (A, B) in ſphærica ſuperficie deſcribere circulum maximum.

Deſcribatur polo A, intervallo A G, latere quadrati maximo circulo inſcripti, circulus C D; & polo B, pari intervallo B G, deſcribatur circulus E F priori occurrens in G. Itaque circulus polo G intervallo G A tranſibit per B, (quia G A = G B), eritque maximus ([a]quia G A æquatur lateri quadrati maximo circulo inſcripti). *Q. E F.*

a 17. *hujus.*

Si puncta A B opponantur ex diametro ſphæræ, liquet circulos quoſcunque per illa deſcriptos fore maximos.

Prop. XXI.

Fig. 22. 23. Cujuſlibet circuli (A B) in ſphæra dati polum invenire.

1. Sit primò datus circulus A B non maximus; ſume in ejus peripheria duo quælibet puncta C, D; biſeca verò arcum C A D in A, & arcum C B D in D; unde arc. A C B = arc. A D B; itaque ſi per puncta A, B ducatur circulus maximus A E B F, [a] erit in hoc polus circuli A C B; quare biſecto arcu A E B in E, erit E polus circuli A C B. *Q. E. F.*

a 14. *hujus.*

2. Sin datus circulus A B ſit maximus, biſeca ſemicirculum A G B in G; polóque A, ſpatio G A (vel G B) duc circulum A E B F, biſectóque arcu A F B in F, erit F polus circuli A C B D. *Q. E. F.*

Prop.

Digitized by Google

Schol. 1. *Theor.*

Si in ſuperficie ſphæræ acceptum fuerit aliquod punctum (A), & ab eo puncto ad circumferentiam circuli cujuſpiam (B C) in ſphæra dati, cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales (A D, A E, AF); acceptum punctum (A) polus eſt ipſius circuli (B C). Fig. 24.

Ex A ducatur A G recta circulo B C, & connectantur G D, GE, G F.

Ob angulos A G D, A G E, A G F rectos; & rectas A D, A E, A F pares, [a]erunt G D, G E, G F etiam pares; quare G eſt centrum circuli B C; [b]atque inde A erit ejuſdem polus. *Q. E. D.* a 47. 1. b 8 *hujus.*

Schol. 2. *Theor.*

In ſphæra circuli (B F, C E), à quorum polis (A, D) rectæ (A F, D.E) ad eorum circumferentias ductæ ſunt æquales, inter ſe æquales ſunt: & circulorum æqualium (B F, C E) æquales ſunt rectæ (A F, D E) ab eorum polis (A, D) ad circumferentias ductæ. Fig. 25.

A ſphæræ centro G ducantur G A, G D; [a] hæ tranſeunt per circulorum centra H, I; connectantur H F, I E; & G F, G E. a 10 *hujus.*

1. *Hyp.* Ob A F = D E, [a]erit ang A G F = ang D G E; item ang G H F = rect. = ang G I E. & G F = G E, ergo G H = G I. [b] ergo circuli B F, C E æquantur. *Q.E.D.* a 27. 3. b 6 *hujus.*

2. *Hyp.* Quia circuli B F, C E pares ſunt, [b] erit G H = G I. item G F = G E, & H F = I E; [c] ergo ang A G H = ang D G E. [d] quare ſubtenſæ A F, D E pares ſunt. *Q. E. D.* c 8. 1. d 29. 3.

Prop. XXII. *Theor.*

Si in ſphæra recta linea (A B) per centrum (A) ducta rectam aliquam lineam (C D) non per centrum ductam biſecet, ad angulos rectos ipſam ſecabit. Quòd ſi ad angulos rectos eam ſecet, etiam biſecabit ipſam. Fig. 26.

Nam circuli per A B, C D deſcripti, [a] maximi ſcilicet, centrum erit A; ergo ſi B C = BD, [b]erit A B ad CD perpendicularis; & ſi A B ſit perpendicularis, [b]erit B C = B D. a 6 *hujus.* b 3. 3.

Digitized by Google

THEODOSII SPHÆRICORUM LIBER SECUNDUS.

DEFINITIO.

IN ſphæra circuli ſe mutuò tangere ducuntur, cùm communis ſectio planorum utrumque circulum tetigerit.

Prop. I. Theor.

Fig. 27. In ſphæra paralleli circuli (B F, C E) circa eoſdem polos ſunt.

a 10. 1 *hujus.* Sint A, D poli circuli B F, quos connectat recta A D; [a] hæc recta
b *conv.* 14. 11. eſt circulo B F, [b] ergo & circulo C E; [c] quare per polos circuli C E
c 8. 1 *hujus.* tranſit; ergo A, D ſunt poli circuli C E. Unde liquet propoſitum.

Prop. II. Theor.

In ſphæra circuli (B F, C E) qui ſunt circa eoſdem polos (A, D), ſunt paralleli.

a 10. 1 *hujus.* Nam quia polos connectens recta A D utrique circulo B F, C E
b 14. 11. [a] recta eſt, [b] erunt paralleli iſti circuli. *Q. E. D.*

Scholium. Theor.

Fig. 28. In ſphæra non ſunt plures circuli æquales, & paralleli, quàm duo.

Sint æquales duo circuli A B, E F, & paralleli: vis alterum C D
a 1. 2 *huj.* hiſce parem dari, & parallelum. Sint igitur [a] communes omnium poli
b 10. 1 *huj.* G, H, quos connectat recta G H; [b] hæc per I centrum ſphæræ tranſit, & parallelis circulis recta eſt; ergo ob circulos pares C D, E F,
c 6. 1 *huj.* [c] erit I L = I M, contra 9. *ax.* 1.

Prop.

Digitized by Google

Prop. III. Theor.

Si in ſphæra duo circuli (A B, A C) ſecent in eodem puncto (A) Fig. 29.
circumferentiam illius maximi circuli (A B C), in quo polos habent,
ſe mutuò tangent illi circuli (A B, A C).

Nam circulus A B C ad ambos A B, A C [a] rectus eſt, [b] quare com- a 15. 1. *huj.*
munis horum ſectio (puta E D) circulo A B C recta eſt; ergo E D b 19. 11.
perpendicularis eſt rectis A B, A C (quæ communes ſunt ſectiones cir- c 3. *def.* 11.
culi A B C cum circulis A B, A C; & quæ diametri ſunt circulorum d 16. 3.
A B, A C). [d] ergo E D tangit circulos A B, A C, ergo hi ſe mutuò e *def.* 1. 2 *huj.*
tangunt. *Q.E.D.*

Prop. IV. Theor.

Si in ſphæra duo circuli (A B, C B) ſe mutuò tangant, maximus Fig. 30.
circulus (D E) per eorum polos (D, E) deſcriptus, per eorum contactum (B) tranſibit.

Si non tranſit per B, tranſeat per F; circulus igitur G F polo D,
intervallo D F (majori quàm D B) deſcriptus ſecabit circulum C B in a 3. 2. *hujus.*
F. atqui circuli G F, C F ſe mutuò [a] contingunt (quia circulus maximus D F E tranſit per utriuſque polos). Quæ repugnant.

Prop. V. Theor.

Si in ſphæra duo circuli (A B, C B) ſe mutuò tangant, maximus cir- Fig. 31.
culus (D B) deſcriptus per unius (A B) polos (D), & per amborum contactum (B); per reliqui quoque circuli (C B) polos (E) tranſibit.

Tranſeat circulus maximus D E per polos D, E; [a] hic per conta- a 4. 2 *hujus.*
ctum B tranſibit: puta alterum maximum D B F tranſire per D, B. b 11. 1 *huj.*
ergo cùm uterque arcus D B [b] ſit ſemicirculus, & D ſit polus circuli A B, erit B alter ejuſdem polus, ſitus in ſuâ ipſius circumferentiâ. *Q.E.A.*

Prop. VI. Theor.

Si in ſphæra maximus circulus (A B) circulorum in ſphærica ſu- Fig. 32.
perficie deſcriptorum aliquem (A C) tangat, tanget & alterum ei æqualem, & parallelum.

Sint D & E poli circuli A C, quos nectat recta D E. Per A, D, E ducatur circulus maximus A D B E. Item polo E, per B, ducatur circulus

culus

Digitized by Google

a 10. 1 *hujus.* culus B F. Et quia D E utrique circulo A C, B F [a]recta eſt, [b]erunt
b 14 11. hi paralleli. Item ſi ex ſemicirculis A D B, D B E dematur communis
c *ſch.*22. 1 *b.* arcus D B, manet arcus A D = arc, B E. Unde circulus A C [c] æqualis eſt circulo B F. Denique quia polus circuli A B eſt in circulo
d 3. *hujus.* A D E, in quo itidem polus circuli B F; [d] tanget circulus A B circulum B F. Unde liquet propoſitum.

Coroll. Hinc liquet contactus A, B diametraliter opponi.

Prop. VII. Theor.

Fig. 32. Si ſint in ſphæra duo æquales, & paralleli circuli (A C, B F), maximus circulus (A B), qui eorum alterum (A C) tetigerit, reliquum quoque (B F) tanget.

a 6. 2. *hujus.* Nam ſi circulus A B non tangat ipſum B F, [a]tanget alterum ſaltem ipſi A C parem, & parallelum; ergo tanget tres circulos pares &
b *ſch.*2. 2 *huj.* parallelos. [b] *Q. E. A.*

Scholium. Theor.

Circuli (A C, B F) in ſphæra paralleli, quos maximus aliquis circulus (A B) tangit, æquales inter ſe ſunt.

a 1 *hujus.* Per [a]communes parallelorum polos D, E. & polos circuli A B de-
b 4 *hujus.* ſcribatur maximus circulus A F B, [b] qui per tactus A B tranſibit. Et
c 3. *ax.*1. ob ſemicirculos A D B, D B E, [c]erit arcus A D = B E. [d] ergo cir-
d 2. *ſch.* 21. 1. *hujus.* culi A C, B F æquantur.

Prop. VIII. Theor.

Fig. 33. Si in ſphæra maximus circulus (A B) ad aliquem ſphæræ circulum (C D) obliquus ſit, tanget is duos circulos, æquales quidem inter ſe, parallelos autem prædicto circulo (C D), ad quem obliquus eſt.

Cape circuli C D polos E,F; perque hos, & polos circuli A B deſcribatur circulus E A B; item polo E per A, & polo F per B de-
a 3. 2 *hujus.* ſcribantur circuli A G, B H; [a] liquet circulum A B tangere circulos
b 6. 2 *hujus.* A G, B H; [b]hoſque pares eſſe, & [c] parallelos circulo C D. *Q. E. F.*
c 2. 2 *hujus.*

Schol. Theor.

Si in ſphæra maximus circulus (AB) circulorum aliquem (A G) tangat, obliquus erit ad alios circulos (C D) parallelos ei, quem tangit.

Nam

Nam quia circulus A B [a] non tranſit per polos circuli A G (tangit enim circulum A G, non biſecat); non tranſibit per polos circuli C D, [b] ergo obliquus eſt circulo C D. *Q.E.D.* a 15.1 *hujus.* b 13. 1 *huj.*

Prop. IX. Theor.

Si in ſphæra duo circuli (A B C D, E D F B) ſe mutuò ſecent, maximus circulus (A E C F) per eorum polos ductus, biſecabit ſegmenta (B A D, B C D, & B E D, B F D) ipſorum circulorum. Fig. 34.

Sint A C, E F ſectiones circulorum A D C, E D F cum circulo A E C F, & B D ſectio ipſorum A D C, E D F. Et quia circuli ADC, E D F circulo A E C [a] recti ſunt; erit B D ([b] recta circulo A E C F, [c] adeóque) perpendicularis rectæ A C. Ergo cùm A C ſit [d] diameter circuli A D C, [e] erit arc A B = arc A D, & arc C B = arc C D. Simili diſcurſu arc E B = arc E D, & arc F B = arc F D. *Q.E.D.* a 15.1 *huj.* b 19. 11. c 3. *def.* 11. d 15. 1 *huj.* e 28. 3.

Schol. 1. Theor.

Si in ſphæra circuli (A B C D, E B F D) ſe mutuò ſecent; circulus alius (A E C F) eorum ſegmenta (A B D, C B D; & E B D, F B D) biſecans, tranſit per eorum polos, eſtque maximus.

Nam ob A B + B C [a] = A D + D C; erunt arcus A B C, ADC ſemicirculi; ergo recta A C eſt diameter circuli A B C D; ergo cùm arcus A B, A D pares ſint, erit recta B G D rectæ A C perpendicularis: & pari diſcurſu recta B G D rectæ E F oſtendetur perpendicularis; quare B G D [b] recta erit circulo A E C F per ipſas A C, E F ducto; [c] ergo ambo circuli A B C D, E B F D recti ſunt circulo A E C F. [d] unde liquet circulum A E C F maximum fore, & per circulorum A B C D, E B F D polos tranſire. *Q.E.D.* a 2. *ax.* 1. b 4. 11. c 18. 11. d 3 *ſch.* 15. 1. *huj.*

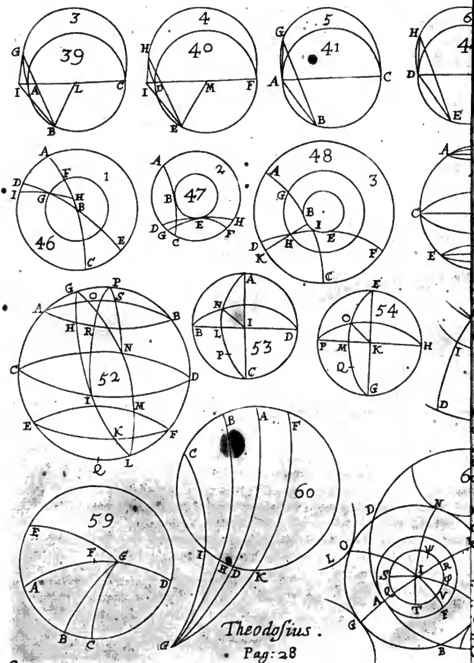
Schol. 2. Theor.

Si in ſphæra duo circuli (A B C D, E B F D) ſe mutuò ſecent, maximus circulus (A F C E) biſecans duo quæcunque illorum ſegmenta (B A D, B E D), habens tamen arcum (A F C E) inter illa ſegmenta poſitum ſemicirculo inæqualem) tranſit per polos ipſorum, duóque reliqua ſegmenta (B C D, B F D) biſecet. Fig. 35.

Dic alium circulum maximum A G E deſcriptum iri per polos circulorum B C D, B F D; [a] hic ſegmenta B A D, B F D biſecabit, & a 9. 2 *huj.*

proinde

Digitized by Google



Theodoſius.
Pag: 28

2

icir-
culo-
E.D:

quo-
D) ;
&c.)
utem
llelos

I D ;
B I D,
i cir-
GH.
A C,
o ſi-
miles
ideo
I G,
pares

E F)
os in-
qua-
emiſſe
quales
rectæ
E F)
rentiæ
extre-

F (a ca-
D H,
c.HF,
= ang
; un-
de

de I L = K M). Item G B [c] = H E, & anguli G I B, H K E * ſunt c hyp.
recti : [s] ergo I B [f] = K E : itaque trigona B I L, E K M ſibi mutuò f 47. 1.
æquilatera ſunt ; unde ang A L B = ang D M E. [h] ergo arcus A B, g 8. 1.
D E æquantur. *Q. E. D.* h 26. 3.

Si perpendicularis à G, & H incidant in diametrorum extremitates (ut in 5, & 6 figuris) brevius conficietur negotium ſic. Ob G A [k] = H D ; & G B [c] = H E, & angulos G A B, H D E rectos. Erit quoque A B [l] = D E. [l] Ergo arc. A B = arc. D E. *Q. E. D.* k ſuprà. l 28. 3.

Prop. XII. Theor.

Si in diametris (A C, D F) circulorum æqualium (A B C, D E F) erigantur circulorum æqualium ſegmenta (A G C, D H F) ; & ab ipſis ſegmentis æquales circumferentiæ (A G, D H) ad extremitates ſegmentorum deſumantur, minores dimidiis ipſorum partibus ; ab ipſis autem circulis æquales circumferentiæ (A B, D E) ſumantur ad eaſdem partes, quæ ſunt ad extremitates diametrorum : rectæ lineæ (G B, H E) ductæ à punctis in circumferentiis ſegmentorum ad puncta in circumferentiis circulorum, erunt æquales.

Fiat, ut in præcedenti ; & quoniam (ut iſtuc oſtenſum) I L = a 27. 3.
K M, & B L = E M, & arc A B = arc D E, [a] erit ang I L B =
ang K M E. [b] ergo B I = E K : ſed & G I = H K ; & anguli G I B,
H K E recti ſunt ; [b] ergo B G = E H. *Q. E. D.*

In 5 & 6 Fig. ob arc A B = D E ; & ideo rectam A B = D E, b 4. 1.
& A G = D H ; & angulos G A B, H D E rectos, [b] erit G B =
H E. *Q. E. D.*

Prop. XIII.

Si in ſphæra ſunt paralleli circuli (A B, C D, F G H), & deſcribantur maximi circuli (A F K, B H K), qui unum quidem (A B) parallelorum tangant, reliquos verò (C D, F G H) ſecent ; circumferentiæ (A B, C D, F G ; & A B, L E, M H) parallelorum, interceptæ inter eos maximorum circulorum ſemicirculos (B N P, A F O ; & A M O, B H P), qui non concurrunt ſimiles erunt : maximorum verò circulorum circumferentiæ (A C, A L ; B D, B E ; & C F, L M ; D G, E H ; & A F, A M, B G, B H,) inter duos quoſcunque parallelos interceptæ, erunt æquales. Fig. 43.

* Fiant ſcilicet arc. K O = N A, & arc. K I = N B ; unde quum
D. NPK,

Digitized by Google

N P K, & N O K ſint ſemicirculi, erunt B N P, A F O ſemicirculi; & adeò reliqui A M O, B H P etiam ſemicirculi).

* 1. 2 *hujus.* Per parallelorum *polos I, & contactus A, B deſcribantur circuli maximi Q A I R, S B I T; eſtque arc C A [a] = arc A L, & arc D B

a 5 & 9. 2 *h.* [a] = arc B E; & arc C V [a] = arc V L; & arc D X [a] = arc X E. Porro, quum circulus Q A I R circulo A F K, & circulus S B I T cir-

b 15. 1 *hujus.* culo B H K [b]recti ſint; & arcus A I, B I minores quadrante (ob circulum A B R T non maximum); & arc A I = B I; erunt juxta 11 hujus arc A C, B E æquales. Ergo arcus A L, A C; B E, B D æquales ſunt. Eodémque pacto arcus A M, A F, B H, B G æquantur. Unde & reliqui C F, L M, E H, D H æquantur. *Q. E. D.*

c 29. 3. Item ob arc C A L = arc D B E; [c] erit ſubtenſa C L æqualis

d 28. 3. ſubtenſæ D E, & [d] proinde arcus C V L arcui D X E; & ſemiſſis C V = D X: unde addito vel ſubtracto communi V D, erit arc C D =

e 10. 2 *huj.* arc V X. Ergo, cùm arcus V X [e]ſimilis ſit arcui A B, erit arcus C D eidem A B ſimilis. Eadémque ratione arcus F G, neque non & arcus E L, H M eidem A B ſimiles oſtendentur. *Q. E. D.*

Prop. XIV. Probl.

Fig. 44. Dato in ſphæra circulo (A B), qui minor ſit maximo, datóque in ejus circumferentia aliquo puncto (A), per illud punctum deſcribere circulum maximum, qui tangat datum circulum (A B).

a 20. 1 *huj.* Per A, & C (polum circuli A B) [a] deſcribatur circulus maximus

b 17. 1 *huj.* C A B E, è quo ſumatur quadrans A D. Polo D per A ducatur cir-

c 3. 2 *hujus.* culus A Z E; [b] hic maximus eſt, [c]& tangit datum A B in A. *Q. E. F.*

Prop. XV. Probl.

Fig. 45. Dato in ſphæra circulo (A B), qui minor ſit maximo; & dato aliquo puncto (G) in ſphæræ ſuperficie, quod ſit inter datum circulum (A B), & alium ei æqualem & parallelum C D; per punctum illud datum (G) deſcribere circulum maximum, qui tangat datum circulum (A B), maximo minorem.

a 20. 1 *hujus.* Per E, F [a]polos parallelorum, & punctum G [a] deſcribatur circulus

& *coroll. ſchol.* maximus E A C, in quo capiatur quadrans B H; & polo E per H

10. 1. *huj.* deſcribatur circulus H I. Sumatur etiam quadrans G K, polóque G per K deſcribatur circulus K L (qui certè maximus erit) ſecans circulum H I in L (ſecabit verò, quia punctum K cadit inter H, & I; ob

arcum

Digitized by Google

arcum G H minorem, & arcum G I majorem quadrante G K: illud, quia B H eſt quadrans; hoc quia A F D, ipſi E A F æqualis, eſt ſemicirculus; & A I ([b]=B H) eſt quadrans; & proinde D I eſt quadrans) tum per L & polos E, F ducatur maximus circulus E L F ſecans circulum A B in M; polóque demum L per M ducatur circulus M N: dico factum. Nam arc. L M [b] æquatur arcui H B quadranti, [c]ergo M N eſt maximus circulus. Item, quia circ. K L tranſit per polum L circuli M N, [d]tranſibit hic viciſſim per polum illius, hoc eſt per G: denique quia circuli A B, G N ſecant maximum circulum E F, in quo polos habent, in eodem puncto M, [e] ipſi ſe contingent mutuò. Itaque factum.

b 2 & 10. 2 *hujus.* c 17. 1 *huj.* d 1 *ſch.* 15. 1 *hujus.* e 3 *hujus.*

Scholium.

Simili diſcurſu, aliud punctum, quo circulus K L ſecat circulum H I, polus erit alterius circuli maximi tranſeuntis per G, tangentiſque circulum A B.

Prop. XVI. Theor.

Maximi circuli, qui ſimiles circumferentias parallelorum circulorum auferunt, aut per parallelorum polos tranſeunt, aut eundem unum parallelum tangunt. Fig. 46. 47. 48.

1°, Auferant circuli maximi A B C, D B E (ex parallelis A D C, F G) ſimiles arcus A D, F G; & alter A B C tranſeat per polos parallelorum; erit maximorum interſectio B, polus parallelorum. Si negas, ſit H polus ipſorum, & per H, G ducatur maximus H G I (ſecans ipſum A D C in I), unde arcus A I, F G [a]ſimiles ſunt. ergo cùm A D, F G ſimiles ponantur, erunt A I, A D ſimiles, adeóque pares. *Q. E. A.* a 10. 2 *huj.*

2°. Auferant maximi A B C, D E F ſimiles arcus A D, B E; & neuter per polos tranſeat, ſed alter A B C unum B E tangat (in B); etiam D E F eundem B E tanget in E. Vis ſecare? [b] itaque per E deſcribatur circulus maximus G E H. [c] ergo arcus A G, B E ſimiles ſunt; proinde verò arcus A D, A G ſimiles erunt. *Q. E. A.* b 14. 2 *huj.* c 13. 2 *huj.*

3°. Auferant (ex parallelis A D C, G H) maximi A B C, D E F ſimiles arcus A D, G H, & neuter per polos tranſeat, aut unum tangat parallelorum; [d] ergo circulus A B C parallelis obliquus eſt; [e] ergo tanget aliquem, puta (B E) ipſis A D C, G H parallelum; eundem B E tanget circulus D E F: ſi negas; per H, [f] deſcribatur circulus maximus K H I tangens ipſum B E in I, [g] ergo arcus A K, G H ſimiles, itidémque arcus A K, A D ſimiles erunt. *Q. E. A.* d 13. 1. *huj.* e 8. 2 *hujus.* f 15. 2 *huj.* g 13. 2 *huj.*

Prop. XVII. Theor.

Fig. 49. In ſphæra paralleli circuli (A B, E F), inter quos, & parallelorum maximum (C D) æquales circumferentiæ (A C, C E) maximorum circulorum intercipiuntur, ſunt inter ſe æquales; illi verò (A B), inter quos & maximum parallelorum (C D) majores maximorum circulorum circumferentiæ (A C) intercipiuntur, ſunt minores.

Nam primò tranſeat circulus maximus A C E F D B per polos pa-
a 15. 1 *huj.* rallelorum; ergo communes ſectiones A B, E F [a] erunt diametri cir-
b 10. 2 *huj.* culorum A B, E F. Jam ſi arc A C ([b]B D) = arc C E ([b]D F); ob
c 11. 1 *huj.* arc C G D [c] = arc C H D; erit arc A G B = arc E H F; [d] unde
d 29. 3. ſubtenſæ A B, E F pares erunt, & proinde circuli A B, E F etiam pares. *Q. E. D.* Quod ſi arc A C (B D) $\sqsubset$ arc C E (D F) erit arc A G B $\sqsupset$ arc E H F, & ſubtenſa A B $\sqsupset$ E F, & circulus A B $\sqsupset$ E F. *Q. E. D.*

Fig. 50. Non tranſeat ſecundò circulus maximus A C E F D B per parallelorum polos (G, H); verùm per hos, & polos circuli A C E F D B
e 20. 1 *hujus.* [e] deſcribatur circulus G I H K. [f] Itaque poli circuli G I H K erunt in
f 1 *ſch.* 15. 1 *b.* utroque maximo circulo A C E F D B, & CD. ergo ad interſectiones
g 5. *def.* 1 *huj.* C, D; [g] proinde arcus C I, C K æquantur.
& 28. 3. Jam ſi arc C A = arc C E, erit arc A I = arc E K. Item (ob ſe-
h 12. 2 *huj.* micirculos I K, G H) arc G I = H K; [h] ergo rectæ G A, H E pares
k 2 *ſch.* 20. 1 *h.* ſunt, & [k] conſequenter circuli A B, E F pares erunt. *Q. E. D.*

Sin arc C A $\sqsubset$ arc C E; ſit arc C L = arc C E. Ergo parallelus
l 6. 1 *hujus.* per L æquabiter (uti mox oſtenſum) parallelo E F. [l] Quare parallelus A B minor erit ipſo E F. *Q. E. D.*

Prop. XVIII. Theor.

In ſphæra maximorum circulorum circumferentiæ (A C, E C) interceptæ inter maximum parallelorum (C D), & duos alios circulos (A B, E F) æquales & parallelos, ſunt æquales. Illæ verò (A C) quæ intercipiuntur inter majorem parallelum (A B) & maximum C D, ſunt minores.

a 17. 2 *huj.* Nam in 1ª hyp. ſi dicas eſſe A C $\sqsubset$ C E, [a] erit idcirco circ A B $\sqsupset$ circ C D: in 2ª hyp. ſi dicas eſſe A C = vel $\sqsubset$ C E, [a] erit ergo circ A B = vel $\sqsubset$ circ C D, contra hypotheſin.

Prop.

Prop. XIX. Theor.

Si in ſphæra maximus circulus (A B C D) parallelos aliquot circulos (E F, G H, I K) in ſphærica ſuperficie deſcriptos ſecet quidem, non tamen per polos, in partes inæquales eos ſecabit, excepto parallelarum maximo (G H): de parallelorum autem ſegmentis in hemiſphæriorum uno (G Q H) interceptis, ea (L F M), quæ ſunt inter maximum parallelorum (G H) & polum conſpicuum (Q) ſunt majora ſemicirculo, reliqua verò (O P K), quæ ſunt inter maximum parallelorum & polum occultum (R) ſunt ſemicirculo minora; æqualium denique ac parallelorum circulorum (E F, I K) alterna ſegmenta (L F M, O I P; & L E M, O K P) ſunt inter ſe æqualia. Fig. 51.

1. Per polos Q, R & punctum B deſcribatur circulus maximus (Q B R; is [a] tranſit etiam per D, unde arc B H D = arc B G D: [b] item arc S F T = arc S E T, [b] & arc X K V = arc X I V. ergo arc L F M ⊏ arc L E M, & arc O I P ⊏ arc O K P.

a 11. 1 *huj.*
b 15. 1 *huj.*

2. Si circulus E F = circ I K, per polos parallelorum Q, R, & polos circuli A B C D, ducatur circulus A G H: [c] iſtius circuli poli ſunt B, D: ergo arcus B A, B C æquantur. [d] Item arc B L = arc B O; ergo arc L A = arc O C. ergo arc L A M [e] (2 L A) = arc O C P (2 O C): unde ſubtenſa L M = O P. Ergo arc L E M = arc O I P. arc C E M = arc O K P. *Q.E.D.*

c 1 *ſch.* 15. 1 *hujus.*
d 18. 2 *huj.*
e 9. 2 *huj.*

Prop. XX.

Si in ſphæra maximus circulus (G L) parallelos aliquot circulos (A B, C D, E F) ſecet, non tamen per polos; de parallelorum aſſumptis circumferentiis in uno hemiſphærio, illæ (O B H), quæ propiùs accedunt ad polum conſpicuum (P) erunt majores, quàm ut ſimiles eſſe poſſint illis (N D I), quæ ab eodem conſpicuo polo longiùs abſunt. Fig. 52.

Nam ſi per P, I; & P, N ducantur circuli maximi ſecantes ipſum A B in R, S; erit arcus H B O major arcu R B S, [a] qui ſimilis eſt arcui I D N; unde liquet propoſitum.

a 10. 2 *huj.*

Prop. XXI.

Si in ſphæris æqualibus maximi circuli (B N D, F O H) ad maximos circulos (A B C D, E F G H) inclinentur; ille (B N D) cujus polus Fig. 53. 54.

polus (P) ſublimior eſt ſupra planum ſubjectum, inclinatior erit; illi verò circuli, quorum poli æqualiter diſtant à ſubjectis planis, æqualiter inclinantur.

Per L, P polos circulorum A B C D, B N D; perque M, Q polos circulorum E F G H, F O H ducantur maximi circuli A L C, E M G;
a 6. 1 hujus. [a] interſectiones A C, B D, M I concurrunt in ſphæræ centro I. Et
b 19, & 3 def. 11. quoniam anguli A I D, N I D [b] recti ſunt, (quippe cùm planum A N C [c] rectum ſit planis A B C D, B H D), [d] erit ang A I N inclina-
c 15. 2 huj. tio plani B N D ad planum A B C D, pariterque ang E K O eſt in-
d 6 def. 11. clinatio circuli F O H ad planum E F G H. Cùm igitur ſit arc C P [e] $\sqsubset$
e hyp. G Q, & arc P N = Q O, & proinde arc C N $\sqsubset$ G O, erit arc N A
f 27. 3. $\sqsupset$ arc O E; [f] quare ang A I N $\sqsupset$ ang E K O: *Q.E.D.*

Quòd ſi arc C P = G Q, ſimili diſcurſu liquet angulos A I N, E K O æquari. *Q.E.D.*

Facilè convertitur hoc Theorema.

Schol, 1. *Theor.*

Fig. 55. Circuli maximi (A B, C B) tangentes eundem parallelum (A C), æqualiter inclinantur ad maximum parallelorum (D E); qui verò (G H) majorem parallelum I G tangit, inclinatior eſt ad parallelorum maximum (D E), & circuli (A B, C B) æqualiter inclinati ad parallelorum maximum (D E) tangunt eundem parallelum (A C). Qui verò (G H) inclinatior eſt ad maximum parallelum, majorem parallelum (I G) tangit.

1. Per F polum parallelorum, & contactus A, C deſcribantur
a 5. 2 hujus. maximi circuli F A D, F C E; [a] tranſeunt hi per polos circulorum
b 15. 1 huj. A B, C B, [b] ſecántque adeò ipſos perpendiculariter: ergo F A eſt altitudo poli F ſupra circulum A B; & F C altitudo ejuſdem ſupra circu-
c 5. def. 1 huj. & 28. 3. lum C B; quare cùm ſit F A [c] = F C, liquet primum.

2. Per polum F, & contactum G deſcribatur maximus circulus F G E; ergo (ut priùs) F G eſt altitudo poli F ſupra circulum G H:
d 21. 2 huj. atqui F G $\sqsubset$ F A: [d] unde liquet ſecundum.

3. Per F, & polos circulorum A B, C B deſcribantur maximi circuli F A D, F C E; [b] hi ſecant illos perpendiculariter; ergo arcus F A, F C ſunt elevationes poli F ſupra circulos A B, C B; [c] ergo arcus F A,
c hyp. d 3. 2 huj. F C pares ſunt. [d] itaque circulus intervallo F A, vel F C deſcriptus tanget circulos A B, C B: quod erat tertium.

4. Per F, & polum circuli G H deſcribatur circulus maximus F G E.

Digitized by Google

F G E. ergo arcus F G eſt elevatio poli F ſupra circulum G H. Atqui arc F G [c] ⊏ arc F A. ergo circ [d] tangens, polo F per G deſcriptus major erit quàm A C. Quod erat ultimum.

Schol. 2. Theor.

Circuli maximi (A B, C D) ad parallelorum maximum (D B) æqualiter inclinati, polos (E, F) habent in circumferentiâ ejuſdem paralleli. Et circuli maximi (A B, C D) qui polos (E, F) habent in circumferentia ejuſdem paralleli (E F), ad parallelorum maximum (D B) æqualiter inclinantur. Fig. 56.

1. Deſcriptis per G polum parallelorum, & per E, F polos circulorum A B, C D circulis maximis G E, G F; quia hi [a] recti ſunt illis, [b] erunt arcus G E. G F pares. [c] ergo circulus polo G per E, F deſcriptus parallelus eſt circulo D B. *Q. E. D.*

2. Ob arc G E [d] = G F, [e] erunt circuli A B, C D æqualiter inclinati ad ipſum B D. *Q. E. D.*

a 15. 1 *hujus.*
b *hyp.*
c 2. 2 *hujus.*
d 5. *def.* 1 *h.* 2.
e *ſch.* 21. *h.*

Schol. 3. Theor.

Si ſuper circuli (A B D E) diametro A D conſtituatur rectum circuli ſegmentum (A F D), dividatur autem ſegmenti inſiſtentis circumferentia (A F D) in duas inæquales partes (A F, F D); & à ſectionis puncto (F) ad circumferentiam circuli primi plurimæ rectæ lineæ (F A, F I, F H, F B, F C, FD, F E) cadant; erit recta (F A) ſubtendens minorem partem (F A) inſiſtentis ſegmenti omnium minima: quæ autem majorem (F D) ſubtendit, omnium maxima: reliquarum verò maximæ propinquior (F C) remotiore (F B) ſemper major eſt; duæ verò rectæ æquales (F E, F C) ab eodem puncto (D) in circumferentiam circuli (A B D E) à maxima (F D) æqualiter diſtantes. Fig. 57. 58.

Ducatur F G normalis plano A B D E, & connectantur G C, G B, G H, G I, G E; [a] liquet punctum G eſſe in recta A D; & ob F A [b] ⊐ F D, [c] erit G A ⊐ G D; [c] item G A ⊐ G I ⊐ G H &c. [c] & G D ⊏ G C ⊏ G B &c.

Ergo in triangulis rectangulis F G A, F G I, F G H, [d] erit F A ⊐ F I ⊐ F H; at in triangulis rectangulis F G D, F G C, F G B, [d] erit F D ⊏ F C ⊏ F B. Demum ob G E [b] = G C, [d] erit F E = F C. Quæ *E. D.*

a 38. 11.
b *hyp.*
c 7. *vel* 8. 3.
d 47. 1.

Schol. 4.

Digitized by Google

Schol. 4. *Theor.*

Fig. 59. Si in ſphæræ ſuperficie intra cujuſq; circuli peripheriam (ABCDE) ſignetur punctum (G) præter ejus polum (F); ab eo autem ad circuli circumferentiam plurimi arcus (G A, G B, G E, G C, G D) circulorum maximorum ducantur ſemicirculo minores; maximus eſt (G F A, qui per polum circuli ducitur; minimus autem, qui (G D) ei adjacet; reliquorum verò maximo propinquior (G B) remotiore (G C) ſemper major eſt; duo vero arcus (G E, G B) ab eodem maximo (G A) vel minimo (G D) æqualiter remoti inter ſe æquales ſunt.

a 15. 1 *hujus.* b *3. ſch.* 21 *b.* Nam quoniam arcus A G D [a] perpendiculariter inſiſtit ſemicirculo A C D, [b] erit ſubtenſa G A major ſubtenſâ G B; [b] & G B ipſâ G C: ergo arcus G A major eſt arcu G B; & G B ipſo G C. & ſic in reliquis, juxta Scholium præcedens.

Schol. 5.

Fig 60. Si in ſphæræ ſuperficie extra peripheriam cujuſq; circuli (ABCDE) ſignetur punctum (G) præter ejus polum (F); ab eo autem ad circuli circumferentiam plurimi arcus (G A, G G, G B, G E) ducantur ſemirculo minores, ſecanteſque circumferentiam circuli: maximus eſt qui (G F A) per circuli polum ducitur; reliquorum verò maximo propinquior (G B) remotiore ſemper major eſt: minimus autem eſt ille (G D) maximi, qui inter punctum (G) & circuli circumferentiam extra circulum interjicitur: reliquorum verò minimo propinquior (G H) remotiore (G I) ſemper minor eſt. Duo verò arcus (G B, G E, & G H, G K) ab eodem maximo vel minimo æqualiter remoti inter ſe æquales ſunt.

Itidem patet hoc ex Scholio penultimo, ex ſubtenſis ad arcus diſcurrendo.

Prop. XXII.

Fig. 61. Si in ſphæra maximus circulus (A B C D) unum quidem circulum (A F) tangat, alium verò ei parallelum (G B H D) ſecet, poſitum inter ſphæræ centrum, & eum circulum quem tangit maximus circulus; polus autem (E) maximi circuli fuerit inter utrumque parallelorum (A F, G B H D), deſcribantúrque maximi circuli (G L, H K, M P, N K,

Digitized by Google

N K, O L) tangentes duorum parallelorum majorem (G B H D): hi omnes erunt inclinati ad maximum circulum (A B C D), & eorum rectiſſimus quidém erit ille (H K), cujus contactus erit in eo puncto (H), in quo majus ſegmentum (B H D) paralleli majoris biſariam dividitur; humillimus verò & maximè inclinatus (G L) cujus contactus erit in eo puncto (G), in quo minus ſegmentum (B G D) biſariam dividitur; reliquorum autem illi quidem (M P, N K) qui æqualiter diſtant ab alterutro eorum punctorum (H, G) in quibus ſegmenta biſariam ſecantur, ſunt ſimiliter inclinati; qui verò (O L) contactum remotiorem habet à puncto (H), in quo majus ſegmentum biſecatur, inclinatior perpetuò eſt eo (N K), qui contactum eidem puncto propiorem habet. Poli denique maximorum circulorum erunt in uno circulo, qui & minor erit eo circulo (A F) quem tangit maximus in principio circulus, & eidem parallelus erit.

Per I polum parallelorum, & E polum circuli A B C D, ducatur circulus; is [a] biſecat ſegmenta B G D, B H D, [b] tranſitque per contactum A: ſit itaque circulus G A I E H C, fiat arcus H Q æqualis quadranti E A. ergo H Q $\sqsubset$ H I; atque Q cadit inter I, & A; itaque polo I per Q deſcriptus circulus Q T R, erit parallelus circulo A F, eóque minor. Per I, & puncta contactuum ducantur maximorum circulorum arcus M I S, N I T, O I V, qui [c] tranſibunt per polos tangentium: ac ob arcus I H, I M, I N, I O, I G [d] æquales; & arcus I Q, I S, I T, I V, I R [d] etiam pares; erunt toti arcus H Q, M S, N T, O V, G R æquales; ergo cùm H Q ſit quadrans, erunt reliqui omnes etiam quadrantes; [e] ergo puncta Q, S, T, V, R erunt poli tangentium. *Q. E. D.*

a 9. 2 *huj.*
b 4. 2 *hujus.*
c 5. 2 *hujus.*
d 5 *def.* 2 *b.*
e 16. 1 *huj.*

Porro, quoniam arcus H M, H N [f] pares ſunt, erunt iſtis [g] ſimiles arcus R φ, R ψ pares. ergo oppoſiti arcus Q T, Q S pares ſunt (nam ductæ rectæ R Q, φ S, ψ T eſſent [h] diametri circuli Q T R) [k] ergo ducti arcus E T, E S pares erunt; & arcus E T $\sqsubset$ E V; & E Q maximus, ac E R minimus horum: [l] ergo circulus H K minimè inclinatur ad circulum A B C D, & G L maximè; & M P, N K æqualiter, & O L magis quàm N K. *Q. E. D.*

f *hyp.*
g 10 *hujus.*
h 15. 1 *hujus.*
k 4. *ſch.* 21. 2 *b.*
l 21. 2 *huj.*

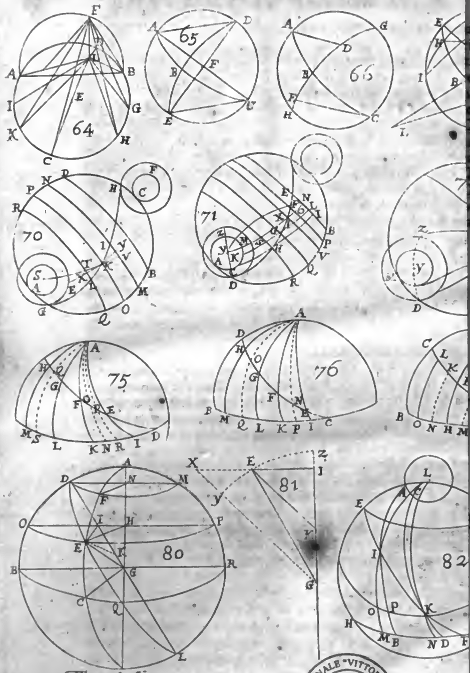
Prop. XXIII.

Fig. 62.

Iiſdem poſitis, ſi circumferentiæ (M O, N P) circulorum tangentium (M O, N P) à contactibus (M, N) ad nodos (O, P) ſint æquales, prædicti circuli maximi (M O, N P) ſimiliter inclinati erunt.

Nam

Digitized by Google



3 *Theodoſius.* Pag:38

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

THEODOSII SPHÆRICORUM LIBER TERTIUS.

Prop. I.

SI circulum (A C B D) inæqualiter ſecet recta linea (A B); ſuper qua conſtituatur rectum circuli ſegmentum (A F B), non majus ſemicirculo; dividatur autem inſiſtentis ſegmenti circumferentia in duas partes inæquales (F A, F B); recta linea (F B) ſubtendens earum minorem, minima eſt linearum rectarum (F G, F H, F K, &c.) ductarum ab eodem puncto (F) ad majorem partem (A C H) circumferentiæ primi circuli: rectarum verò ductarum ab eo ipſo puncto ad circumferentiam (B C) interceptam inter illam minimam rectam (F B) & diametrum (C D) in quam cadit perpendicularis (F L) deducta ab illo puncto (F), ſemper minimæ propior (F G) remotiore (F H) minor eſt. Omnium autem maxima eſt ea (F C) quæ ab illo eodem puncto ducitur ad extremitatem ejuſdem diametri. Item recta (F A) ſubtendens majorem circumferentiam ſegmenti inſiſtentis, minima eſt earum (F A, F I, F K, &c.) quæ cadunt in circumferentiam (A C) interceptam inter ipſam & diametrum (C D), ſemperque huic propior (F I) remotiore (F K) minor eſt. Si verò recta linea (A B) ſubjectum circulum ſecans ſit ejus diameter, & reliqua omnia eadem ſint ut ſuprà; recta linea (F B) ſubtendens minorem partem circumferentiæ ſegmenti inſiſtentis, minima eſt rectarum ductarum ab illo eodem puncto ad primi & ſubjecti circuli circumferentiam; ea verò (F A) quam majorem partem circumferentiæ ſegmenti inſiſtentis ſubtendit, maxima eſt. Fig. 63.

Connectantur rectæ L G, L H, L I, L K. Et quoniam L B [a] ⊐ a 7. 3.
L G [a] ⊐ L H, erit (in triangulis rectangulis F L B, F L G, F D H)
F B [b] ⊐ F G [b] ⊐ F H. Similiter, ob L A ⊐ L I ⊐ L K, erit F A b 47. 1.
⊐ F I ⊐ F K. Et quoniam L C eſt [a] maxima omnium ab L ad circumferentiam A C B, [b] erit F C maxima omnium ab F ad eandem

Sin arcus A C B, A D B pares ſint, patet res ex 3° Scholio 21æ ſecundi hujus.

Prop. II.

Fig. 65. Si recta linea (A B) ſecans circulum (A C B D) auferat ſegmentum (AC B) non minus ſemicirculo; ſuper ipſâ verò recta linea (AB) ſtatuatur aliud circuli ſegmentum A F B quod & ſemicirculo majus non ſit, & inclinatum ſit ad alterum ſegmentum (A D B), ſemicirculo non majus: dividatur autem inſiſtentis ſegmenti circumferentia in partes inæquales (AF, FB): recta linea (F B) ſubtendens minorem circumferentiæ partem, minima eſt rectarum omnium (F B, F G, FH, &c.) ductarum ab illo puncto (F), à quo ipſa ducitur, ad ſubjecti circuli circumferentiam illam, quæ ſemicirculo minor non eſt: & reliqua omnia, quæ in præcedenti, ſequuntur.

Ex caſu vario perpendicularis F L varii caſus emergunt.

Iterum demiſsâ rectâ F L ad planum A C B D rectâ F L, ductiſq; rectis C E L D, L B, LG, L H, L A, L I, L K; liquet fore F B $\sqsupset$ F G $\sqsupset$ F H $\sqsupset$ F C; & FA $\sqsupset$ F I $\sqsupset$ F K $\sqsupset$ FC, ut præcedenti.

Prop. III.

Fig. 65. 66. Si in ſphæra duo circuli maximi (A B C, D B E) ſe mutuò ſecent, ab eorum verò utroque ſumantur æquales circumferentiæ (B A, B C, & B D, B E) utrinque à puncto (B), in quo ſe ſecant: rectæ lineæ (A D, C E), quæ extrema puncta circumferentiarum connectunt ad eaſdem partes, æquales ſunt inter ſe.

Sint primùm omnes B A, B C, B D, B E æquales; & polo B du-
a 15. 1 *hujus.* catur circulus A D C E; [a]ergo ſectiones A C, D E ſunt ejus diametri; & F centrum; & radii F A, F B, F D, F E pares. Item ang.
b 11. 1. E F C [b] = ang A F D. [c]ergo E C = A D.
c 4. 1.

Sin omnes non æquentur, polo B per A, & C ducatur circulus
d 28. 3. A G C H, cui occurrat utrinque productus arcus D B E in G, & H. ergo B G = B H, item B D = B E. ergo D G = E H. Atqui eti-
e 12. 2 *hujus.* am (ſicut in priori parte) ſubtenſæ G A, C H, adeóque arcus G A, CH æquantur; quare cum circuli ſegmentum GBH[e]rectum ſit circulo ACCH; [a]& arcus G A H, G C H ſint ſemicirculi; [c] liquet rectas A D, C E æquari.

Prop.

Digitized by Google

Prop. IV.

Si in ſphæra duo maximi circuli (A B C, D B E) ſe mutuò ſecent, ab eorúmque altero (A B C) ſumantur æquales circumferentiæ (BA, B C) utrinque à puncto interſectionis (B); & per puncta (A, C) terminantia æquales circumferentias ducantur duo plana parallela (A F G, C H I), quorum alterum (A F G) conveniat cum communi ſectione (K B) ipſorum circulorum, extra ſphæram, versùs prædictum punctum (B): ſit verò una illarum æqualium circumferentiarum (B A, B C) major utralibet circumferentiarum (B F, B H) in altero maximo circulo (D B E) interceptarum inter prædictum punctum (B) & utrumque planorum parallelorum: ea circumferentia (B H) quæ eſt inter illud punctum (B) & planum (C H I) quod non convenit cum communi ſectione (K B) ipſorum circulorum, major eſt quàm ea ejuſdem circuli circumferentia (B F), quæ eſt inter idem punctum (B) & planum (A F G) quod convenit cum communi ſectione circulorum. Fig. 67.

Polo B per A, C ducatur circulus A D C E, habens A G, I C ſectiones cum parallelis planis A F C, I H C; & A C, D E ſectiones cum maximis circulis A B C, D B E; unde harum interſectio (K) a 15. 1 *huj.*
[a] erit centrum circuli A D C E.

Jam, ob A G, C I [b] parallelas, [c] erit ang K A M = ang K C N: b 16. 11.
item ang A K M [d] = ang C K N. & K A = K C. [f] ergo K M = c 28. 1.
K N; [g] adeóque M D = N E. Porro K B (communis ſectio cir- e 15. 1.
culorum A B C, D B E) [h] recta eſt circulo A D C E; & propterea f 26. 1.
[k] ang L K M rectus eſt; [l] ergo ang L M K acutus eſt, & ei æqualis g 3. *ax.* 1. h 19. 11.
H N E; angulus autem D M F obtuſus. ergo arc E H $\sqsupset$ arc D F; k 3. *def.* 11.
& ideo reciprocè (cùm æquales ſint arcus B D; B E) arc B H $\sqsubset$ arc l 17. 1.
B F. *Q.E.D.*

Obſ: quòd arc E H $\sqsupset$ arc D F patet. Nam quia M D, N E æquantur, perpendiculares ab M, N auferent æquales arcus in circumferentia D B E; quorum alter minor eſt arcu D F, ob angulum D M F obtuſum, alter major arcu E H, ob angulum E N H acutum: ergo liquet arcum D F eſſe majorem arcu E H.

Prop. V.

Si in circumferentia maximi circuli (A B C D) ſit polùs (A) parallelorum; húncque circulum maximum ſecent ad angulos rectos Fig. 68.

duo

Digitized by Google

duo alii maximi circuli (B D, E C); quorum alter (B D) ſit unus parallelorum, alter verò (E C) obliquus ſit ad parallelos: ab hoc autem obliquo circulo (E C) ſumantur æquales circumferentiæ (F G, G H) deinceps ad eandem partem maximi parallelorum, perque illa puncta (F, G, H) terminantia æquales circumferentias deſcribantur paralleli circuli (I K, L M, N O): circumferentiæ (I L, L N) maximi illius circuli primò poſiti inter parallelos interceptæ, inæquales erunt; ſemperque ea (I L) quæ propior fuit maximo parallelorum, remotiore (L N) major erit.

Per polum A, & punctum G ducatur maximus circulus A G P, liquet arcus G P, G F eſſe minores ſemicirculo (nam G P eſt minor quadrante A K, unde G F non ſecat G P inter G & P, & proinde G F
a 5. ſch.21.3 b. etiam minor eſt ſemicirculo). Item G P tranſit per polos circuli I K, ergo arc G P ⊐ G F. Simili diſcurſu arc G Q ⊐ arc G H. Item recta per G ad centrum ſphæræ (hoc eſt communis ſectio circulorum A P, E C) ſecat interjectum planum circuli I K intra ſphæram; ergo eadem ſecabit planum paralleli N O extra ſphæram. Ergo, juxta præ-
b 10.2 hujus. cedentem arc G P major eſt arcu G Q; quare cùm ſit arc I L [b] = G P; & arc L N [b] = G Q, erit arc I L major arcu L N. *Q E D.*

Prop. VI.

Fig. 69. Si in circumferentia maximi circuli (A B C D) ſit polus (A) parallelorum, hùncque maximum circulum ad angulos rectos ſecent duo alii circuli maximi (B D, E C), quorum alter (B D) ſit unus parallelorum, alter verò (E C) ſit obliquus ad parallelos: ſumantur autem ab obliquo circulo (E C) æquales circumferentiæ (F G, G H) deinceps ad eaſdem partes maximi illius paralleli; & per puncta (F, G, H) terminantia æquales circumferentias, perque polum (A) deſcribantur maximi circuli (A I, A K, A L): hi circumferentias inæquales intercipient de maximo parallelorum, quorum propior (K L) maximo circulo primò poſito (A B C D) ſemper erit major remotiore (K I).

a 5.3 hujus. Per puncta F, G, H deſcribantur paralleli M N, O P, Q R; [a] ergo
b 10.2 hujus. arc O M ⊏ O Q; & [b] proinde arc G V ⊏ G X: fiat arc G Y = G X, & per Y deſcribatur parallelus S T; cùm igitur arcus G Y,
c 3.2 hujus. G X, & arcus G H, G F pares ſint, [c] erunt ductæ rectæ H X, Y F
d 15.1 hujus. æquales. Porro circulus S Z T [d] circulo A I rectò inſiſtit, & biſecatur ab eo (ductâ ab Z ad alteram ſectionem rectâ) & ſegmentum circuli A I ab Z per I ad alteram ſectionem majus eſt ſemicirculo; & arcus

Digitized by Google

arcus Y Z eſt quadrante minor, (nam quia circulus A B C D rectus eſt circulis B D, E C, tranſibit per eorum polos, & [e] biſecabit eorum ſegmenta; unde arcus B φ, E φ erunt quadrantes; quare K I quadrante minor eſt; & proinde ipſi [f] ſimilis Y Z quadrante minor eſt). [g] ergo recta Y Z eſt minima cadentium in circumferentiam Z I; adeóque minor ipſâ Y F, [h] hoc eſt ipſâ H X. ergo cùm circulus Q R minor ſit circulo S T, erit arcus H X major quàm ut ſit ſimilis arcui Y Z. (Major enim ſubtenſa ex minore circulo majorem proportione arcum aufert, quàm minor ex majore,) ergo arcus L K ([i] ſimilis arcui H X) major eſt, quàm ut ſimilis ſit arcui K I (qui ſimilis eſt arcui Y Z). quare cùm arcus L K, K I ſint in eodem circulo, erit ſimpliciter arc L K major arcu K I. *Q. E. D.*

e 9. 2 *hujus.*
f 10. 2 *hujus.*
g 1 *hujus.*
h *prius.*

Prop. VII.

Si in ſphæra maximus circulus (A B C D) tangat aliquem ſphæræ circulum (A E); alius autem maximus circulus (G H) ad parallelos obliquus ſit, tangátque circulos majores illis, quos tangit maximus circulus primò poſitus; fuerintque eorum contactus (G, H) in maximo circulo primò poſito; & ſumantur à circulo obliquo circumferentiæ (I K, K L) æquales, & continuæ ad eaſdem partes maximi (B D) parallelorum: per puncta autem (I, K, H) terminantia æquales circumferentias, deſcribantur paralleli circuli (M N, O P, Q R); hi circumferentias inæquales, (M O, O Q) intercipient de maximo circulo (A B C D) primò poſito; quarum ea (M O) quæ propior erit maximo parallelorum, erit major remotiore (O Q). Fig. 70.

Per S polum parallelorum, & punctum K deſcribatur circulus maximus S K, ſecans parallelos punctis T, V: item per K [a] deſcribatur circulus maximus K E tangens parallelum A E in E verſus partes G. (unde K E cadit inter S V, & G I; nam ſi extra G I caderet, non tangeret circulum A E, quoniam ipſi K G non priùs occurrit quàm in puncto quod opponitur puncto K). ergo cùm arcus S V tranſeat polum circuli M N, [b] erit K V minimus arcus omnium à K ad M N cadentium, & K Y minor quàm K I; pariterque K X ⊐ K L; ergo (ut in 5tâ hujus) erit arcus K Y major arcu K X; ſed arcus M O [c] æquatur arcui K Y, [c] & arcus O Q arcui K X; ergo arcus M O major eſt arcu O Q. *Q. E. D.*

a 15. 2 *h.*
b 5 *ſch.* 21. 2 *h.*
c 13. 2 *huj.*

Prop.

Prop. VIII.

Fig. 71. Si in ſphæra maximus circulus (A B) tangat aliquem ſphæræ circulum (A C;) aliquis autem alius maximus circulus (D E) obliquus ad parallelos tangat circulos majores illis, quos tangebat maximus circulus primò poſitus; fueríque eorum contactus in maximo circulo primò poſito: ſumantur autem de obliquo circulo æquales circumferentiæ continuæ (F G, G H) ad eaſdem partes maximi parallelorum, pérque puncta (F, G, H) terminantia æquales circumferentias deſcribantur maximi circuli (M N, K L, C I), qui & tangant eundem circulum (A C) quem tangebat maximus circulus primò poſitus, & ſimiles parallelorum circumferentias intercipiant; habeántque eos ſemicirculos, qui tendunt à punctis contactuum (C, K, M) ad puncta (F, G, H) terminantia æquales obliqui circuli circumferentias, per quæ deſcribuntur, ejuſmodi ut minimè conveniant cum illo circuli maximi primò poſiti ſemicirculo, in quo eſt contactus (A) obliqui circuli inter apparentem polum, & maximum parallelorum. Inæquales intercipient circumferentias (I L, L N) de maximo parallelorum (B D), quorum propior (I L) circulo maximo (A B) primò poſito, ſemper erit major remotiore (L N).

Per puncta F, G, H deſcribantur paralleli P F, Q G, R H ſecantes
a 7. 3 *hujus.* circulum K L in O, S; [a] ergo arc Q P $\sqsubset$ Q R, & [b] ideo arc G O $\sqsubset$
b 13. 2 *hujus.* G S; fiat arc G T = G S, & per T deſcribatur parallelus V T ſecans circulum M N in X: Jam circulus M N ſecans parallelum V X non per polos auferr ſegmentum, ab X per V ad alteram ſectionem, minus ſemicirculo; etiam, ſegmentum circuli M N ab X per N ad oppoſitam ſectionem eſt majus ſemicirculo. Item ſegmentum V X in-
c 15. 1 *huj.* clinatur ad M X versùs partes R. (Nam circulus B E [c] rectus eſt circulo N Y per polum incidenti parallelornm; ergo B E inclinatur ad circulum M N, ergo V X ad eundem N M inclinatur); denique ſeg-
* *Vid. Not.* mentum paralleli X V, ab X per V ad alteram ſectionem, *ſecatur in-
d 2. 3 *hujus.* æqualiter in T: è quibus recta T X [d] minor eſt rectâ T F, [e] hoc eſt
e 3. 3 *hujus.* rectâ H S; unde, ſicut in 6tâ hujus, erit arcus I L major arcu L N. *Q. E. D.*

Fig. 72. *Not.* Quòd ſegmentum ab X per V ad alteram ſectionem pro-
f 5. 2 *hujus,* & *conſt.* tenſum, ſecetur inæqualiter in T, ita patebit. Ducatur circulus maximus E Z tangens parallelum A C in Z; & quoniam circulus maximus
g 9. 2 *huj.* Z Y [f] tranſit per polos circulorum E Z, & B E; [g] biſecabit is horum ſeg-

ſegmenta; ergo arcus E Z eſt quadrans; paríque de cauſa arcus E D eſt quadrans; ergo circulus polo E per Z deſcriptus tranſit per Y, & D.

Simili diſcurſu N M eſt quadrans, & circulus maximus polo N per M deſcriptus tranſibit per Y, [f] pérque polos tangentis N M; [g] ergo circulus M Y biſecabit ſegmenta tangentis N M, & circulorum E B, X Y; ergo ſecabit circulum E B ad intervallum quadrantis ex N; hoc eſt ultra quadrantem ex E, hoc eſt extra circulum D B. ergo ſegmentum ab X per V ad alteram ſectionem biſecatur extra V; & arcus X V minor eſt ſemiſſe illius ſegmenti, magíſque arcus T X eſt minor ejuſdem ſemiſſe.

Lemma Probl.

Propoſitis duabus inæqualibus magnitudinibus (A B, A C,) reperire aliam mediam, quæ datæ cuicunque magnitudini (D G) commenſurabilis ſit. Fig. 73.

Biſecetur D G, & ejus ſemiſſis biſecetur, ac ita continuò [a] donec aliqua pars D F ſit minor quàm C B; & ſit E multiplex ipſius D F proximè major quàm A C; ergo E ⊐ A B: (nam ſi æqualis eſſet, poſſet detrahi una magnitudo æqualis ipſi D F, ſic ut ſupereſſet multiplex ipſius D F major quàm A C, contra conſtructionem), atqui E & D G commenſurabiles ſunt, [b] propter D F communem menſuram: ergo liquet propoſitum. a 1.10. b *conſtr.*

Prop. IX.

Si polus (A) parallelorum ſit in circumferentia maximi circuli (AB), quem duo alii maximi circuli B C, D C ad rectos angulos ſecent; quorum circulorum alter (B C) ſit unus parallelorum, alter vero (D C) ad parallelos obliquus ſit: hoc obliquo circulo ſumantur æquales circumferentiæ (E F, G H) quæ continuæ quidem non ſint, ſed tamen ſint ad eaſdem partes maximi illius paralleli: per polum autem (A) & ſingula puncta (E, F, G, H) æquales circumferentias terminantia deſcribantur maximi circuli (A E I, A F K, A G L, A H M): inæquales intercipient circumferentias; quarum ea (ML) quæ propior erit maximo circulo primùm poſito, ſemper erit major remotiore (KI.) Fig. 74.

Sit primùm arcus intermedius F G commenſurabilis arcui E F, vel G H; & [a] dividantur arcus E F, F G, G H in partes æquales communi menſuræ: pérque diviſionum puncta Q, P, N, & polum A ducantur circuli maximi A Q V, A P T, A N R; ergo arc MR [b] ⊏ b 6.3. *huj.* a 4. 10.

R L [b] ⊏ L S, & ſic continuò ; ergo arc M L ⊏ K I. *Q. E. D.*

Fig. 75. Sit ſecundò arc F G incommenſurabilis utrique arcui EF, FG ; tum ſi arcus M L non ſit major arcu K I ; ſit primò minor, & ſumatur K N æqualis ipſi M L ; & ducatur circulus maximus A N ſecans circulum C D in O ; tum [c] capiatur arcus F P major quàm F O, & minor quàm F E, ipſique F G commenſurabilis ; & huic æqualis ſit G Q, ducantúrque maximi circuli A P R, A Q S. Hinc ob arcus P F, G Q æquales, & commenſurabiles intermedio F G, erit (ut modò oſtenſum eſt) arc S L ⊏ arc K R ⊏ arc K N. Ergo arc M L ⊏ arc K N ; atqui arc M L [d] = arc K N, quæ repugnant.

c *lem.* 8.3.*b.*

d *ſuppoſ.*

Fig. 76. *Q*uòd ſi dicatur arcus M L æqualis arcui K I, biſecentur arcus E F, G H in N, O ; ducantúrque maximi circuli A N P, A O Q ; [e] ergo arc M Q ⊏ arc Q L ; [e] & arc K P ⊏ P I ; unde *Q* L ⊐ $\frac{1}{2}$ M L ($\frac{1}{2}$ K I), & K P ⊏ $\frac{1}{2}$ K I. quare arc *Q* L ⊐ K P. atqui, cùm arc. G O = F N, non erit *Q* L ⊐ *Q* P, ut modò oſtenſum eſt ; ergo malè ponitur arc M L æqualis arcui K I.

e 6. 3 *huj.*

Igitur arcus M L non eſt minor arcu K I, nec æqualis ei ; ergo major. *Q. E. D.*

Scholium.

Planè ſimili diſcurſu, quæ de arcubus continuis oſtenſa ſunt in propoſitionibus 5, 7, 8, etiam de non-continuis oſtendi poſſent. Valeant igitur.

Prop. X.

Fig. 77. Si polus (A) parallelorum ſit in circumferentia maximi circuli (AB), quem duo alii maximi circuli (B D, C D) ad angulos rectos ſecent ; quorum alter (B D) ſit unus parallelorum, alter verò (C D) ſit obliquus ad parallelos : in hoc autem obliquo circulo (C D) ſumantur duo quælibet puncta (E, F) ad eaſdem partes maximi illius paralleli ; pérque polum (A) parallelorum, & per utrumque illorum punctorum deſcribantur maximi circuli (A G, A H) : erit ut circumferentia (B H) maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primò poſitum, & proximum maximum circulum per polum & per unum punctorum deſcriptum, ad circumferentiam (C F) obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam ; ita circumferentia (H G) maximi parallelorum intercepta inter duos maximos circulos per polum pérque utrumque punctorum deſcriptos ad circumferentiam aliquam, quæ ſit minor, quàm circumferentia (F E) obliqui circuli inter utrumque punctum intercepta.

Sint

Sint primùm arcus C F, F E commenſurabiles, & dividantur in arcus æquales communi menſuræ, perque puncta diviſionum & polum A ducantur circuli maximi I M, K N, L O.

Quum igitur arcus C L, L K, K F, F I, I E æquentur; ſicque ideò arc B O [a]⊏ O N [a]⊏ N H, & ſic porro: [b] erit arc B O. C L a 5. 3 *hujus.*
⊏ O N. L K ⊏ N H. K F. [c] ergo compoſitè arc B O + O N + b 8 5.
N H ad arc C L + L K + K F. ⊏ arc N H. K F; hoc eſt arc B H. c 34. 5.
C F ⊏ arc N H. K F [b]⊏ H M. F I, verùm arc H M. F I ⊏ H G. F E ([c] ob H M. F I ⊏ M G. I E) ergo arc B H. C F ⊏ arc H G. F E. Sit arc B H. C F :: H G. P. quare H G P ⊏ H G. F E. [d] er- d 10. 5.
go P ⊐ arc. F E. *Q.E.D.*

Quòd ſi arcus C F, F E ſint incommenſurabiles: ſit primò B H. Fig. 78.
C F :: H G. F I. & arcus F I major (ſi fieri poteſt) arcu F E: tum inter F I F E medius arcus F K [e] ſit ipſi C F commenſurabilis; ac per e *lem.* 8. 3 *huj.*
polum A & K ducatur maximus circulus K L; ergo è mox oſtenſis, eſt B H. C F (hoc eſt H G. F I) ⊏ H L. F K. [f] ⊏ H G. F K. [g] er- f 8. 5.
go F I ⊐ F K. *Q.E.A.* g 10. 5.

Sin dicatur arc B H. C F :: H G. F E; biſecetur arcus F E in X, Fig. 79.
pérque polum A & X ducatur circulus maximus X Y; [h] ergo arc H Y h 6. 3 *hujus.*
⊏ Y G; adeóque H Y ⊏ ½ H G. [k] ergo H Y. F X ⊏ ½ H G. F X k 8. 5.
(½ F E) :: H G. F E. ergo H Y. F X ⊏ B H. C F; [l] unde H Y ad l 10. 5.
arcum majorem arcu F X ſe habebit ut B H ad C F; quod fieri non poſſe modo demonſtratum eſt.

Igitur potiùs ut B H ad C F, ita erit H G ad arcum minorem ipſo F E. *Q. E.*

Coroll. arc. B H. C F ⊏ H G. F E. & permutatim.

Prop. XI.

Si polus (A) parallelorum ſit in circumferentia maximi circuli (A B), quem duo alii maximi circuli (B C, D E) ad angulos rectos ſecent; quorum alter (B C) ſit unus parallelorum, alter vero (D E) ſit obliquus ad parallelos, alius autem maximus circulus (A E) per polos parallelorum tranſiens obliquum circulum ſecet (in E) inter maximum parallelorum, & eum (D F) quem obliquus circulus (D E) tangit: diameter ſphæræ (D L) ad diametrum (D M) ejus circuli, quem tangit obliquus circulus, majorem rationem habet, quàm circumferentia (B C) maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo poſitum, & maximum circulum per polos paralle- Fig. 80.

 lorum

Digitized by Google

lorum tranſeuntem, ad circumferentiam (D E) obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam.

Sint A G, B G, D L, D M communes ſectiones circuli A B cum circulis A C, B C, D E, D F; item C G, F N communes ſectiones circuli A E, cum circulis B C, D F. Ex polo A per E deſcribatur parallelus O E; ſintque O H, E H, E I communes ejus ſectiones cum circulis A B, A C, D E. Quoniam igitur A G [a] recta eſt plano

a 10. 1. *huj.* paralleli O E, caditque in ejus centrum, erit ang G H I rectus; [b] er-

b 19. 1. go I G ⊏ I H: Fiat I K = I H, & connectatur E K; ergo (cùm

c 19. 11. circulus uterque D E, O E rectus ſit circulo A B, ac [c] ideò commu-

d 4. 1. nis ipſorum ſectio E I recta plano A B; ideóque anguli E I H, E I K

e 15. 5. recti ſint, & latera E I, I H æquentur lateribus E I, I K) [d] erunt an-

f 4. 6. guli I H E, I K E æquales. Jam D L. D M [e] :: D G. D N :: I G. I H

g 7. 5. [g] :: I G. I K * ⊏ ang I K E ([h] hoc eſt ang. I H E, [k] vel B G C).

* *Vid. Not.*

h *priùs.*

k 10. 11. I G E. [l] Eſt verò ang B G C. ang I G E (vel D G E) [l] :: arc B C.

l 33. 6. D E. ergo D L. D M ⊏ arc B C. D E. *Q. E. D.*

Fig. 81. *Not.* Quòd I G. I K ⊏ ang I K E. I G E, ſic patet.

Ducatur G X ad K E parallela, cui occurrat I E protracta in X. centróque G per E ducatur arcus circuli Z E Y, ipſis G I (protractæ)

m 1. 6. & G X occurrens punctis Z. Y. Eſtque X E. E I [m] :: triang X G E.

n 8. 5. triang E G I [n] ⊏ ſector Y G E. triang E G I [n] ⊏ ſector Y G E.

o 33. 6. Sector E G Z [o] :: ang X G E. ang E G I. [p] ergo componendo X I.

p 18. 5. E I ⊏ ang X G I. ang E G I. [q] hoc eſt G I. K I ⊏ ang E K I. ang.

q 4. 6. E G I. *Q. E. D.*

Scholium.

Iiſdem poſitis, diameter ſphæræ ad diametrum paralleli (G E) per punctum (E) obliqui circuli, per quod maximus circulus (A C) è polo tranſit, deſcripti, minorem rationem habet, quàm circumferentia (B C) maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primò poſitum, & maximum circulum per polos parallelorum tranſeuntem, ad circumferentiam (D E) obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam.

a 13. 1 *huj.* Nam quoniam uterque circulus B C, D E tranſit [a] per polos circuli A B, erit iſtorum interſectio Q polus circuli A B; ergo ſegmentum

b 3 *ſch.* 21. 2 *h.* D E L (rectò inſiſtens circulo A B) dividitur inæqualiter in E; [b] ergo ducta recta E D minor eſt ductâ E O; ergo (cùm circulus E O

c 8. 5. minor ſit circulo E D) erit arcus E O major arcu E D; [c] ergo arc B C. E O ⊐ B C. E D; ergo tota peri, heria circuli B C ad totam periph. circuli E O (hoc eſt diameter B R ad diametrum O D) minorem rationem habet quàm B C ad E D. *Q. E. D.*

Prop.

Digitized by Google

Prop. XII.

Si in ſphæra maximi circuli (A B, C D) tangant unum eundémque parallelorum (A C), intercipiantque ſimiles parallelorum circumferentias (P K, B D) inter utrumque maximorum circulorum interjectas; alius autem maximus circulus (E F) ad parallelos obliquus circulos tangat majores (B G) illis, quos tangunt maximi circuli primò poſiti; ſecétque obliquus idem circulus eoſdem maximos circulos primò poſitos in punctis (I, K) poſitis inter maximum parallelorum, & circulum quem tangunt circuli maximi primò poſiti: diameter ſphæræ ad diametrum circuli (E G), quem tangit obliquus circulus, majorem rationem habet, quàm circumferentia (B D) maximi paralleli (H F) intercepta inter circulos (A B, C D) primò poſitos, eundémque circulum tangentes, ad circumferentiam (I K) obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam. Fig. 82.

Per L polum parallelorum & puncta E, I, K deſcribantur maximi circuli L H, L M, L N; & per K parallelus K O ſecans A B in P: quum igitur [a]ſit ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G major quàm ratio arcûs H M ad E I, [b]& hæc major ratione arcûs M N ad I K; ſitque arcus B D minor arcu M N (nam arcus P K, [c]ſimilis arcui B D, minor eſt arcu O K, [d]qui ſimilis eſt arcui M N); [e]erit ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G major ratione arcûs B D ad arcum I K. *Q. E. D.*

a 11.3. *hujus.*
b cor. 10. 3. *h.*
c hyp.
d 10. 2 *hujus.*
e 8. 5.

Prop. XIII.

Si in ſphæra paralleli circuli (C D, E F) intercipiant circumferentias (G C, G F) maximi alicujus circuli (A F) utrinque æquales ab illo puncto (G) in quo ipſe maximus circulus (A F) ſecat maximum parallelorum (B G); per puncta verò (C, F) terminantia æquales circumferentias, & per parallelorum polos deſcribantur maximi circuli; aut ſi deſcribantur maximi circuli, qui unum eundemque parallelorum tangant, æquales intercipient circumferentias (G H, G I) de maximo parallelorum. Fig. 83. 84.

Ob arcus G C, G F pares, [a]erunt paralleli C D, E F pares. [b]ergo arcus G K, G L æquantur; [c]ergo ductæ ſubtenſæ C K, F L æquales erunt; [d]unde arcus C K, F L æquantur; ergo, quum arcus G H [e]ſimilis ſit arcui C K, [e]& arcus G I arcui F L, erunt arcus G H, G I ſimiles, & proinde æquales. *Q. E. D.* *Coroll.*

a 17. 2 *huj.*
b 18. 2 *huj.*
c 3. 3 *huj.*
d 28. 3.
e 10, *vel* 13. 2. *huj.*

Digitized by Google

Coroll. Hinc arcus C H, H E, & ſimiliter intercepti æquales ſunt. Nam rectæ C H, H E æquantur.

Prop. XIV.

Si in ſphæra maximus circulus (A B) aliquem circulum (A C) tangat; alius autem maximus circulus (D E) obliquus ad parallelos tangat circulos (D F) majores illis, quos tangebat maximus circulus (A B) primo poſitus; inæquales intercipient circumferentias (K H, E I) parallelorum circulorum, quorum propiores (K H, vel B E) utrivis polorum majores erunt, quam ut ſimiles ſint remotioribus (E I, vel G K).

a 15. 2 *huj.* Per puncta E, K [a] deſcribantur maximi circuli L E, C K tangentes
b 13. 2 *huj.* circulum A C in C, & L: [b] ergo arcus M H, E I ſimiles ſunt; quare K H major eſt, quàm ut ſimilis ſit arcui E I; paritérque ſimiles ſunt arcus B N, G K, ergo B E (propior alteri polo) major eſt quàm ut ſimilis ſit arcui G K. unde liquet propoſitum.

FINIS.

A01 1461368

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Brevitatis gratiâ notæ quædam adhibentur, quarum hîc ſubjungitur interpretatio.

A + B, *hoc eſt*	A & B *ſimul accepta.*
A — B,	A, *demptâ* B.
A —: B,	*differentia ipſarum* A, & B.
A × B,	A *multiplicata, vel ducta in* B.
$\frac{A}{B}$	A *diviſa per* B, *vel applicata ad* B.
A = B,	A *æquatur ipſi* B.
A ⊏ B,	A *major eſt quàm* B.
A ⊐ B,	A *minor eſt quàm* B.
A . B :: C . D,	A *ad* B *eandem rationem habet, quàm* C *ad* D.
A, B, C, D ∺,	A, B, C, D *ſunt continuè proportionales.*
A . B ⊏ C . D,	A *ad* B *majorem rationem habet, quàm* C *ad* D.
A . B ⊐ C . D,	A *ad* B *minorem rationem habet, quàm* C *ad* D.
A . B + C . D =, ⊏, ⊐	M.N. *Rationes* A ad B, & C ad D *compoſita* *adæquant*, *excedunt*, *deficiunt à* *ratione* M ad N.
A q,	*Quadratum ex* A.
√A,	*Latus, vel radix quadrata ipſius* A.
A c,	*Cubus ex* A.
√A q + B q;	*Latus compoſiti ex* A q & B q.

Reliquas, ſi quæ occurrunt, abbreviaturas Lector facili conjecturâ capiet, præſertim in analyſi tantillùm verſatus.

Digitized by Google

ERRATA ſic corrigantur:

Pag.	Lin.	In Argumento.
2	8	A *pro* B.
2	13	X *pro* H & G.
3	2	Z vel Y *pro* X.
8	*pe.*	C F H *pro* F G M.
9	19	B M *pro* D M.
10	34	F N O L *pro* P X O L.
11	3	A G *pro* H G.
16	10	F E ⊏— D E *pro* G F ⊏— D E.
16	17	DEq . EB x BA :: Tq . Mq *pro* DEq . EB x AE :: Mq . Tq.
19	11	C F *pro* C E.
20	*ul.*	C D *pro* F B.
21	4	Q.AE—EB *pro* Q.EB—AE.
22	28	B A *pro* D A.
23	4, 5 6, 7	A G *pro* A E.
30	1	L X *pro* L K.
31	1	*In margine*, D E *pro* D C.
31	14	$\frac{4\,DEq.}{BX}$ *pro* $\frac{4\,FEq.}{BX}$
31	26	B H *pro* E H.
35	5	F G *pro* O G.
35	6	F H *pro* O H.
37	11	C B *pro* A B.
37	*pe.*	Y Z *pro* V Z.
38		Fig. 49. *pro* 94.
41	13	B H *pro* B E.
43	*pe.*	B A C *pro* B A D.
45	25	X V *pro* X Y.
52	22	A, B *pro* A, F.

Pag.	Lin.	
54	13	A E *pro* B E.
58	25	M C *pro* Z C.
59	*ul.*	majus *pro* minus.
62	16	G I *pro* C I.
64	22	L E *pro* L I.
64	26	O *pro* I.
64	29	D C *pro* G D.
66	6	B X K *pro* B X R, & B F *pro* B E.
66	16	A F *pro* A G.
68	17	D B q *pro* D K q.
68 68	33 34	H F x F E *pro* H F x F D.
69	22	G I *pro* G L.
69	28	T O *pro* I O.
70	4	ſectionum *pro* contingentium
70	8	A E *pro* A F.
70	10	LSH *pro* LSF, & ALN *pro* ALM.
74	22	*Deeſt* + *inter* AEq & CX x XA.
75	*pe.*	*Deeſt* + *inter* EXq & CE x ED.
77	18	E C *pro* F C.
78	21	*Citatur* 4 & 22.6 *pro* 19.5.
79	10	A B *pro* A D.
79	26	K O B *pro* K O P.
86	5	F A *pro* D F.
91	*ul.*	O P *pro* O D.
96	*pe.*	F G *pro* F M.
99		*Vlt. duæ lineæ ita corrigantur,* FN.FL::NK.KL.& (ob ſect. AMD) NK.KL :: NM . ML quar FN.FL::NM.ML *Q.e.d.*
102	8	A D, B G *pro* A C, B C.

In Citationibus.

Prop.9.nota f, *pro* 17.6 *lege* 16.6. *pr.*16.*n.*a,13 hujus *l.*12 hujus. *pr.*20.*n.*c,3.6 *l.*1.6. *pr.*33.*n.*c,4.*l* 4.2. *pr.*38.*n.*c,21 hujus *l.*37 hujus. *pr.* 44 *n.* a, 31 hujus *l.*37 hujus. *pr.*45.*n.*f, 7.1 *l.*7.5. *pr.*45.*n.* g, 4.1 *l.* 4.6. *pr.* 51. *n.* m, 7.1 *l.* 7.5. Libri I.

Prop. 2. *nota* g, *pro* 6.5 & 3 ax. 1 *lege* 6 & 5.2. *pr.* 4. *n.* g, 53. hujus *l.* 53.1 hujus. *pr.* 48. *n.* g, *deeſt hæc citatio* (17 ax. 1.) Libri II.

Prop. 4. *nota* a, *pro* cor. 44 hujus *lege* cor. 15.2 hujus. *pr.* 8. *n.* k, 8.1 *l.* 4.3 hujus. *pr.* 16. *n.* d, & *pr.* 16,17,18,19. *n.* b, *in ſingulis pro* 16.5 *l.* 4.6. *pr.*20. *n.* c, 16.3 *l.* 4.6. *pr.* 21. *n.* b, 46.5 *l.* 4.6. *pr.* 22. *n.* k, 2.6 *l.* 6.2. *pr.* 23. *n.* b, 16.5 *l.* 4.6. *pr.* 23. *n.* d, *l.* facilè deducitur ex 15.3 hujus. *pr.* 33. *n.* d, 2.6 *l.* 6.2. *pr.*34.*n.*c, 15.6 *l.* 16.6. *pr* 37.*n* b, 49 & 51. hujus *l.* 2 & 11.3 hujus. *pr.*44.*n.*b, & *pr.*45.*n.*c, *pro* 15.6 *l.*16.6. *pr.*56.*n.*p, ex 2 vel 4.8 *l.* 2 vel 4.3. Libri III.

*Prop.*14 *nota* a, *pro* cor.14 hujus *lege* 5 hujus *pr.*15.*n.*b, 36.1 hujus *l.*39.3 hujus. *pr.* 21. *n.*a, 6 hujus *l.* 8 hujus. *pr.* 21. *n.*b, 15 hujus *l.* 17 hujus. Libri IV.

In Schematis.

Fig.14.*deeſt linea* F G. fig.30.*deeſt* D *ubi* EH *occurrit ſectioni*. fig.136. *pro* H *lege* B. fig.148.*deeſt* D *ubi lineam* AC *biſecat* KB. fig.176.*deeſt* E. fig. 194. *deeſt ubi* Y *ubi* LX *diametro occurrit*. fig.276.*deeſt* E *ubi* DK *ſectioni occurrit*.

A01 1461368

Digitized by Google

A01 146136B

Digitized by Google